

Skriptum zur Vorlesung

Technische Optik: Laser

Jörn Stenger

Institut für Hochfrequenztechnik
Technische Universität Braunschweig

Wintersemester 2008/2009

Vorwort

In der Anfangszeit des Lasers nach seiner Erfindung im Jahre 1960 wurde er spöttisch bezeichnet als die „ultimative Lösung für ein Problem, das noch nicht existiert“. Dem wollen wir nicht mit einer Aufzählung der vielen Anwendungen des Lasers begegnen, sondern fragen: warum war das spöttisch gemeint? Entspricht es nicht eher dem Ideal der physikalischen Grundlagenforschung und ist es nicht viel spannender, ein Kapitel neuer Fragen zu öffnen, als eines bestehender Fragen zu schließen? Die Laserentwicklung steht paradigmatisch für eine Erfolgsgeschichte, die von einigen am Schreibtisch ersonnenen Ideen über die Entwicklung eines Prototyps zu einem allgegenwärtigen Werkzeug der Forschung und zu einem ganzen Industriezweig geführt hat.

In dieser Vorlesung werden die Grundlagen zum Verständnis des Lasers eingeführt. Das erste Kapitel führt über ein paar Grundlagen und ein phänomenologisches Modell zu einem ersten Verständnis der Funktionsweise von Lasern. Das zweite Kapitel widmet sich den Eigenschaften von Laserstrahlung und von Resonatoren. Die beiden folgenden Kapitel behandeln verschiedene spezielle Laser und häufig verwendete laseroptische Bauelemente. Es schließen sich Kapitel über Laserdynamik und gepulste Laser, sowie spezielle Laseranwendungen in Technik, Metrologie und Grundlagenforschung an.

Das Skript soll weder ein Lehrbuch noch das in der Vorlesung Gesagte ersetzen. Es soll hingegen die Vorlesung ergänzen und vervollständigen und Informationen geben, die in der Vorlesung aus Zeitgründen nicht vermittelt werden können, z.B. aufwändige mathematische Herleitungen oder Datentabellen. Auf diese Weise kann sich die Vorlesung auf intuitive und phänomenologische Erklärungen und Herleitungen konzentrieren, ohne die Studenten mit Mathematik zu überhäufen, und sie kann auf Folien verzichten, deren Informationsfülle in der Regel nicht aufgenommen wird. Unsere Hoffnung ist, dass die Studenten sich in der Vorlesung nicht nur auf das Mitschreiben konzentrieren müssen, sondern Gelegenheit haben zum Zuhören, Rückfragen und Diskutieren.

Wir hoffen, Kenntnisse vermitteln zu können, die dem einen oder anderen Studenten helfen, einmal neue „Probleme“ zu entdecken!

Braunschweig, August 2002

Jörn Stenger

Version 1.6 (30. Oktober 2008)

Bei Fehlern in diesem Skript und Verbesserungsvorschlägen bitte eine Nachricht an:

Dr. Jörn Stenger
Physikalisch-Technische Bundesanstalt
Bundesallee 100
38116 Braunschweig
Tel.: 0531 / 592 1009
Email: joern.stenger@ptb.de

oder an:

Hendrik Blei
Institut für Hochfrequenztechnik
Bienroder Weg 94
38106 Braunschweig
Tel.: 0531 / 391 8008
Email: Hendrik.Blei@ihf.tu-bs.de

Inhaltsverzeichnis

1. Grundlagen der Laser	1
1.1. Kurze Geschichte des Lasers	1
1.2. Eigenschaften von Laserstrahlung	2
1.3. Einstein-Koeffizienten und Planckscher Strahler	8
1.4. Linienformen und Linienverbreiterung	11
1.5. Optische Verstärkung	17
1.6. Phänomenologisches Lasermode	20
2. Laserstrahlung und Resonatoren	25
2.1. Gaußsche Strahlen	25
2.2. Resonatoren	32
2.2.1. Fabry-Perot-Interferometer, Etalons und dünne Schichten	32
2.2.2. Stabilität und Eigenfrequenzen von Resonatoren	39
2.3. Kohärenzeigenschaften von Laserlicht (Ergänzungskapitel)	45
2.4. Abbildung Gaußscher Strahlen, ABCD-Matrizen (Ergänzungskapitel)	49
3. Spezielle Laser	53
3.1. Gaslaser	54
3.1.1. HeNe-Laser	54
3.1.2. Argonionenlaser	57
3.1.3. CO ₂ -Laser	58
3.1.4. N ₂ -Laser	60
3.1.5. Excimer-Laser	61
3.2. Festkörperlaser	62
3.2.1. Rubin-, Nd:YAG-, und Yb:YAG-Laser	63
3.2.2. Faserlaser	66
3.2.3. Titan-Saphir-Laser	68
3.3. Farbstofflaser	69
3.4. Organische Festkörperlaser	71
3.5. Diodenlaser	72
3.6. Röntgenlaser	78

4. Optische Technologien	81
4.1. Optische Dioden und Isolatoren	81
4.2. Frequenzselektive Elemente: Optisches Gitter und Etalon	82
4.3. Akustooptische und elektrooptische Modulatoren	86
4.4. Nichtlineare Optik	91
4.4.1. Phasenanpassung, Frequenzverdopplung	93
4.4.2. Parametrische Verstärker und Oszillatoren	95
5. Laserdynamik	97
5.1. Relaxationsoszillationen	97
5.2. Gepulste Laser	101
5.2.1. Güteschaltung	102
5.2.2. Modenkopplung	104
5.2.3. Messtechniken für kurze Pulse	109
6. Spezielle Laseranwendungen	110
6.1. Längenmessungen	110
6.1.1. Laserwellenlängennormale und Längeneinheit	110
6.1.2. LIDAR	111
6.2. Lasergyroskope	112
6.3. Holographie	113
6.4. Laserkühlung und Atomlaser (Ergänzungskapitel)	114
A. Anhang	121
A.1. Daten verschiedener Lasertypen	121
A.2. Laserschutz und -normen	123
Index	124

1. Grundlagen der Laser

1.1. Kurze Geschichte des Lasers

Das Akronym Laser steht für **L**ight **a**mplification by **s**timulated **e**mission of **r**adiation. Dies macht bereits deutlich, wo die Ursprünge des Lasers liegen, nämlich in der stimulierten Emission. Einstein führte den Begriff 1917 ein und leitete mit dessen Hilfe das Plancksche Strahlungsgesetz ab, welches als erstes Gesetz die Quantisierung der Energie benutzte und den Beginn der Quantenmechanik darstellt. R. Ladenburg wies stimulierte Emission 1928 in Gasentladungen experimentell nach, aber erst 1954 wurde das Prinzip zur Verstärkung von Strahlung mit der Erfindung des Masers von Charles Townes umgesetzt. Das Akronym Maser steht für **M**icrowave **a**mplification by **s**timulated **e**mission of **r**adiation¹. Die Entwicklung des Masers steht in der Tradition der Radartechnik und der damit verbundenen Suche nach neuen Quellen für Mikrowellenstrahlung. Der erste Maser nutzte das Dipolmoment des Ammoniakmoleküls, das man sich als Pyramide mit einem Stickstoffatom an der Spitze und drei Wasserstoffatomen in der Grundfläche vorstellen kann. In einem elektrischen Feld richten sich die Moleküle mit zwei Einstellmöglichkeiten aus. Die energiereichere Komponente eines entsprechenden Strahls lässt sich nun abspalten und kann, z.B. in einem geeigneten Resonator, zur Verstärkung von Mikrowellenstrahlung dienen, dessen Frequenz der Energie beim Spinklapp des Dipols entspricht.

Beispiel 1.1 Der erste Maser wurde übrigens nicht von Menschenhand gebaut. Das Phänomen existiert auf natürliche Weise im Weltraum. 1965 wurde der erste kosmische Maser im Orionnebel entdeckt, dem uns am nächsten gelegenen Sternentstehungsgebiet (ca. 1600 Lichtjahre). Hier existieren Molekülwolken, die u.a. OH-, H₂O-, und SiO-Moleküle enthalten, und die starker Infrarotstrahlung von Riesen- oder Überriesensternen ausgesetzt sind. In einigen Fällen kommt es durch starken Teilchenstrom und Lichtdruck zu Schockfronten in den Molekülwolken unter Bildung von Gebieten mit Besetzungsinversion und Maseraktivität.

Die Anwendung des Maserprinzips auf optische Wellenlängen wurde Ende der 50er Jahre diskutiert. Abb. 1.1 zeigt schematisch den Aufbau eines Laser (**L**ight **a**mplification by **s**timulated **e**mission of **r**adiation)² mit den Grundelementen Verstärkungsmedium, Pumpquelle und Resonator. Die Lichtwelle, die vor der Auskopplung mehrmals im Resonator umläuft, erhält bei jedem Durchlauf durch das gepumpte, laseraktive Medium eine Verstärkung. Bei einem kontinuierlich emittierenden Laser stellt sich das Gleichgewicht so ein, dass die Verstärkung gerade den Anteil der ausgekoppelten Leistung ausgleicht.

Wichtige erste Beiträge zur Entwicklung des Lasers kamen von Charles Townes und Ar-

¹oder, wie kurz nach der Erfindung gespottet wurde, für **M**eans of **a**ttaining **s**upport for **e**xpensive **r**esearch.

²alternativ: **L**egal **a**musement of **s**tudents, **e**ngineers and **r**esearchers.

thur Schawlow 1958 aufbauend auf Berechnungen zum Maser von N. Basow und A. Prokhorow ab 1954. G. Gould reichte 1959 ein Patent zum Laser ein, gebaut wurde der erste optische Laser jedoch 1960 von Theodore Maiman. Es war ein blitzlampengepumpter Rubinlaser im Roten bei 694 nm. Der erste Helium-Neon Laser entstand im selben Jahr, zuerst bei der Infrarotwellenlänge von 1,15 μm , später bei 633 nm ebenfalls im Roten (A. Javan). Innerhalb weniger Jahre kamen eine Reihe von anderen Lasertypen hinzu, und die Entwicklung neuartiger Laser dauert bis heute an. In Tab. 1.1 sind einige wichtige Lasertypen mit den Daten ihrer ersten Realisierung aufgeführt.

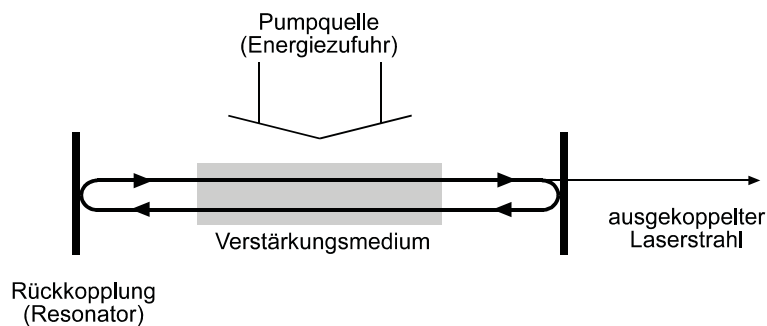


Bild 1.1.: Schematische Skizze eines einfachen Lasers, bestehend aus einer Pumpquelle, einem Verstärkungsmedium und einem Resonator zur Lichtrückkopplung.

Es ist interessant, dass bereits wenige Jahre nach dem ersten Laser bis Mitte der 60er Jahre in allen Medien wie Gasen, Flüssigkeiten, Halbleitern und kristallinen Festkörpern Lasertätigkeit beobachtet wurde. Der Titansaphirlaser als ökonomisch sehr wichtiger Lasertyp bildet mit seinem späten Entwicklungsdatum 1984 eine gewisse Ausnahme.

Sowohl die verschiedenen Lasertypen und -technologien, als auch die Anwendungen nach vierzig Jahren Laserforschung und -entwicklung sind so vielfältig, dass eine vollständige Aufzählung nicht möglich ist. Die Anwendungen reichen von der Laserbehandlung der Netzhaut bis zur Laser-induzierten Kernfusion, oder vom Richt- und Leitstrahl im Tunnelbau bis zur Untersuchung kürzester chemischer Prozesse mit Hilfe von sub-10-fs Pulsen und der Quanteninformations-Übertragung.

1.2. Eigenschaften von Laserstrahlung

Eine ideal monochromatische Quelle emittiert elektromagnetische Strahlung einer einzigen Frequenz. Die elektrische Feldstärke einer monochromatischen ebenen Welle ist

$$E(t) = E_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) = E_0 \cos(\phi) = E_0 \operatorname{Re}\{e^{i\phi}\} = E_0 \frac{e^{i\phi} + e^{-i\phi}}{2}. \quad (1.1)$$

mit den Definitionen

$$\text{Phase:} \quad \phi := \vec{k}\vec{r} - \omega t \quad (1.2)$$

$$\text{Wellenvektor:} \quad k := 2\pi/\lambda \quad (1.3)$$

$$\text{Kreisfrequenz:} \quad \omega := 2\pi\nu. \quad (1.4)$$

Lasermaterialien			Lasertechnologien		
1960	T. Maiman	Rubinlaser (694 nm)			
1961	A. Javan	HeNe-Laser (1150 nm, 633 nm)	1961	R. Collins	Güteschaltung
	E. Snitzer	Nd ³⁺ :Glas-Laser (1064 nm)			
1962	versch.	GaAs-Diodenlaser (840 nm)			
1964	C. Patel	CO ₂ -Laser (10μ)			
	J. Geusic	Nd ³⁺ :YAG-Laser, 1064 nm)			
	W. Bridges	Ar ⁺ -Laser (515 nm, 488 nm u.a.)			
1965	J. Kasper, G. Pimentel	Chemischer HCl-Laser (3,8 μ)	1965	H. Mocker, C. Collins	ps-Pulse durch passive Modenkopplung
1966	P. Sorokin, J. Lankard, Schröder	Farbstofflaser	1968	D. Bradley, A. Durrant	Synchrones Pumpen
1971	N. Basow	Xe ₂ ⁺ -Eximerlaser	1971	H. Kogelnik, C. Shank	Distributed feed back (DFB-) Laser
1984	Moulton	Ti:Saphir (Ti ³⁺ :Al ₂ O ₃) Laser	1984	W. Knox	8 fs Pulse
			1985	D. Strickland, G. Mourou	Chirped-pulse amplification
			1991	D. Spence	Kerrlinsen Modenkopplung

Tabelle 1.1.: Auswahl einiger wichtiger Lasertypen und Lasertechnologien. YAG steht für Y₃Al₅O₁₂ (Yttrium-Aluminium-Granat).

Die elektrische Feldstärke ist also durch Amplitude und Phase eindeutig bestimmt. Zwischen Wellenlänge und Frequenz besteht der wichtige Zusammenhang über die Lichtgeschwindigkeit

$$\text{Lichtgeschwindigkeit:} \quad \lambda \nu = c := 299792458 \text{ m/s} . \quad (1.5)$$

Die Lichtgeschwindigkeit ist eine Definition, so dass mit der Definition der Sekunde über die Frequenz der Grundzustands-Hyperfeinaufspaltung des Cesiumatoms die Einheit Meter festgelegt wird.

Die Energie E im Lichtfeld³ ist gequantelt und für die „Lichtteilchen“, die Photonen, gilt

$$\begin{aligned} E &= h\nu \quad \text{und} \quad E = mc^2 = pc \quad \text{mit Impuls} \quad p = mc \\ \Rightarrow h\nu &= pc \quad \text{bzw.} \quad p = \frac{h}{\lambda} \end{aligned} \quad (1.6)$$

mit dem Planckschen Wirkungsquantum $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$.

³leider bezeichnet E Energie und elektrischen Feldstärkebetrag. Es ist hoffentlich leichter, diese Konvention zu übernehmen und die Größe aus dem Zusammenhang zu erschließen, als eine neue Notation einzuführen.

Die Intensität des Feldes ist proportional zum Quadrat der Feldstärke. Für die instantane Intensität gilt

$$\textbf{Intensität:} \quad I(t) = c \epsilon_0 |E(t)|^2, \quad |E| = \frac{V}{m}. \quad (1.7)$$

Dabei bezeichnet $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$ die Dielektrizitätskonstante. Manchmal wird die Größe $Z = 1/c \epsilon_0 = 377 \text{ V/A}$ geschrieben, die Wellenwiderstand heisst.

Photodetektoren sind nicht schnell genug, um der Trägerfrequenz von sichtbarem oder infraroten Licht zu folgen. Sie „sehen“ eine über t (s. Gl. (1.1)) gemittelte Intensität

$$I = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2. \quad (1.8)$$

Eine monochromatische und ebene Welle, d. h. mit unendlicher Ausdehnung bei zeitlich und räumlich konstanter Intensität, ist natürlich eine Idealisierung. Obwohl ein Laserstrahl dieser Näherung nahe kommen kann, erfordert ein Verständnis von Laserstrahlung ein etwas genaueres Hinsehen. Ein Laserstrahl wird mittels folgender Parameter beschrieben:

- a) **Spektrale bzw. temporale Intensitätsverteilung**
- b) **Räumliche Intensitätsverteilung**
- c) **Zeitliche und räumliche Kohärenz**
- d) **Polarisation**

a) Ganz allgemein können wir den Zusammenhang zwischen Spektrum und zeitlichem Verlauf als Fouriertransformation schreiben

$$\tilde{I}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} I(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (1.9)$$

Ein zeitlich begrenzter Lichtpuls hat stets ein endlich breites Spektrum. Wir werden in Kap. 1.4 sehen, welche Grenzen der Schmalbandigkeit von Laserstrahlung gesetzt sind. Die Fouriertransformation Gl. 1.9 ist von zentraler Bedeutung bei der Erzeugung von Laserpulsen kürzester Dauer. Darauf gehen wir in Kap. 5.2.2 ein.

b) Ist ein Laserstrahl nicht ideal symmetrisch wie ein Gaußscher Strahl, nutzt man zur Definition des Strahlradius' w die Definition über das zweite Moment, das messtechnisch für beliebige Strahlformen erfassbar ist,

$$\textbf{Radius:} \quad w^2(z) := \frac{\int \int r^2 I(r, \phi, z) r dr d\phi}{\int \int I(r, \phi, z) r dr d\phi}. \quad (1.10)$$

Wie in Abb. 1.2 veranschaulicht, kennzeichnet die Divergenz θ die Strahlaufweitung in Ausbreitungsrichtung z

$$\textbf{Divergenz:} \quad \theta := \frac{w_2 - w_1}{z_2 - z_1}. \quad (1.11)$$

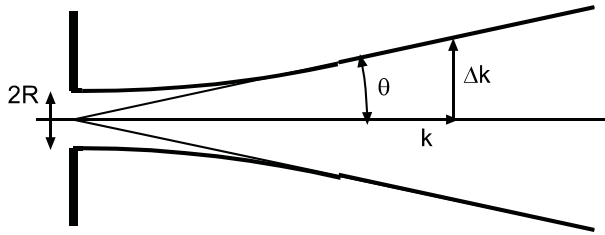


Bild 1.2.: Divergenz eines kollimierten Laserstrahl an einer Blende.

Um den Zusammenhang von minimalem Strahlradius und Divergenz zu diskutieren und bevor wir auf weitere Parameter zur Strahlcharakterisierung eingehen, machen wir einen kleinen Umweg und diskutieren den Welle-Teilchen Dualismus. Manche Experimente, wie z.B. das Interferenzmuster bei einem Doppelspaltaufbau, lassen sich im Wellenbild verstehen, andere, wie der Photoeffekt, im Teilchenbild. Auch in diesem Kapitel wurde bereits abwechselnd von Welle und von Photon gesprochen. Dieser Dualismus ist eine fundamentale Eigenschaft von Licht. Das Experiment legt fest, in welchem Bild ein Experiment beschrieben werden muss. Es hat sich einige Lässigkeit im allgemeinen Sprachgebrauch durchgesetzt. Von Photon sollte nur gesprochen werden, wenn explizit Teilcheneigenschaften wie die Übertragung einer Einheit Drehimpuls, Energie oder Parität bei einer Wechselwirkung beobachtet werden. Von Welle sollte gesprochen werden, wenn Interferenz, Beugung, Strahlausbreitung etc. behandelt werden.

Der nichtlokale Charakter einer Welle ergibt sich *nicht* daraus, dass sich viele Photonen überlagern. Die Interferenzfähigkeit ist keine Ensembleeigenschaft, tatsächlich ergibt sich das Interferenzmuster des Doppelspaltaufbaus auch, wenn der Photonenfluss so gering ist, dass zu jedem Zeitpunkt nicht mehr als ein Photon detektiert wird.

Das folgende Beispiel soll diesen Dualismus verdeutlichen. Man könnte ein Interferenzmuster hinter einem Doppelspalt zum Beispiel durch eine Anordnung von Photomultipliern nachweisen. Jeder Photomultiplier ist hierbei lokalisiert mit einer Ausdehnung Δx in der Ebene senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Photonen, und es werden einzelne Photonen durch das Auslösen einer Elektronenlawine nachgewiesen. Die Quantennatur führt aber zu einer Unbestimmtheit der Impulskomponente in der Ebene der Photomultiplier, was sich im Experiment dadurch äußert, dass die einzelnen Photomultiplier mit Wahrscheinlichkeiten ansprechen, die dem bekannten Interferenzbild des Doppelspaltaufbaus entsprechen. Der Welle-Teilchen Dualismus ist also nicht widersprüchlich, sondern beschreibt die geeignete Wahl der Observablen bei einem gegebenem Experiment.

Wir haben eben die Unbestimmtheit anhand der begrenzten Ausdehnung des *Detektors* eingeführt. Die allgemeine Unbestimmtheitsrelation zwischen Ort und Impuls, $\Delta x \Delta p_x \geq h/\pi$,⁴ gilt aber natürlich auch für eine entsprechende *Präparation*, z.B. durch eine Blende mit Radius

⁴Die genaue Form hängt etwas von der Wahl der Wellenfunktionen und der genauen Definition von Δx und Δp_x ab.

$R = \Delta x$. Dies ist in Abb. 1.2 dargestellt. Mit $\Delta p = \hbar \Delta k$ ergibt sich ein Divergenzwinkel von

$$\theta \geq \Delta k/k = \lambda/R\pi . \quad (1.12)$$

Dieses Phänomen heißt Beugung. Wegen der Beugung kann es keinen über beliebige Entfernungen kollimierten Laserstrahl geben. Der endliche Durchmesser des Laserstrahls führt unweigerlich zu Divergenz. Folgt man dem Strahlengang in entgegengesetzter Richtung, stellt man fest, dass ein entsprechender Laserstrahl nicht in einen infinitesimalen Punkt, sondern nur in einen endlich ausgedehnten, beugungsbegrenzten Flecken fokussiert werden kann. Tatsächlich ist dieser Fleck mindestens um einen Faktor 1,4 größer als in Gl. (1.12). Dies hängt mit der Definition der Strahlausdehnung Δx zusammen, für die hier der Konvention nach die $1/e^2$ -Breite der Intensitätsverteilung, gleichbedeutend mit der $1/e$ -Breite der Amplitudenverteilung, genommen wurde. Wir werden auf die entsprechenden Definitionen für Gaußsche Strahlen und auf die Beugung nochmals genauer in Kap. 2.1 eingehen, wie auch auf die analoge Unbestimmtheit von Zeit und Frequenz (Energie) bei der Behandlung kurzer Pulse in Kap. 5.2.

Wir wollen an dieser Stelle darauf hinweisen, dass die Beugung kein Phänomen ist, für das man die Heisenbergsche Unschärferelation kennen muss. Tatsächlich ist es schon sehr lange bekannt. Beugung ist ein allgemeines und weit verbreitetes Phänomen, dass bei allen Wellen auftreten kann, z.B. auch bei Wasserwellen. Treffen ebene Oberflächenwellen in einem Wasserbecken auf ein Hindernis ähnlich einem Doppelspalt, ergibt sich das gleiche Interferenzmuster wie bei Lichtwellen.

In Gl. (1.12) haben wir gesehen, dass für einen beugungsbegrenzten Strahl das Produkt aus Divergenz und minimaler Strahltaile den Wert $\theta w_0 > \lambda/\pi$ nicht unterschreiten kann. Daraus definiert man einen Faktor $Q = M^2$, der Beugungsmaßzahl (engl. beam propagation factor, M^2 -factor) genannt wird und der die Strahlqualität eines realen Strahls angibt. Man bildet den Quotienten des realen Strahlradius W_0 , gemessen über das zweite Moment wie in Gl. (1.10), mit dem idealen Strahlradius $w_0 = \lambda/\theta\pi$:

$$\textbf{Beugungsmaßzahl:} \quad Q = M^2 := \frac{W_0}{w_0} = W_0 \frac{\pi \theta}{\lambda} . \quad (1.13)$$

Dieser Wert gibt also an, um wieviel der Strahldurchmesser bei gleichem Divergenzwinkel größer ist als beim idealen (Gaußschen) Strahl, und ist somit ein Maß für die Fokussierbarkeit eines Strahls. Analog gibt er auch an, um wieviel der Divergenzwinkel eines realen Strahls Θ bei gleichem Radius der Strahltaile größer ist als der Divergenzwinkel θ des idealen Strahls

$$\Theta = M^2 \cdot \theta . \quad (1.14)$$

Die Bezeichnung Beugungsmaßzahl verdeutlicht, dass die Divergenz eine Folge der Beugung ist.

Für manche Anwendungen (z. B. bei der Materialbearbeitung) ist die Definition der Helligkeit (brightness) sinnvoll. Sie ist im wesentlichen der Quotient aus Leistung und Strahlqualität

$$\textbf{Helligkeit:} \quad L := \frac{P}{(\theta w_0)^2} . \quad (1.15)$$

Die Brillianz schließlich berücksichtigt die spektrale Verteilung der Strahlung und ist definiert über

$$\textbf{Brilliance:} \quad B(\lambda) := L \frac{\lambda/1000}{\Delta\lambda} . \quad (1.16)$$

c) Ein weiterer Begriff, den wir hier einführen wollen, ist die Kohärenz. Dieser Begriff wird in Kap. 2.3 in weiteren Details besprochen. Bewegt man einen der Spiegel in einem Michelson Interferometer wie in Abb. 1.3 veranschaulicht, beobachtet man Interferenz in Form

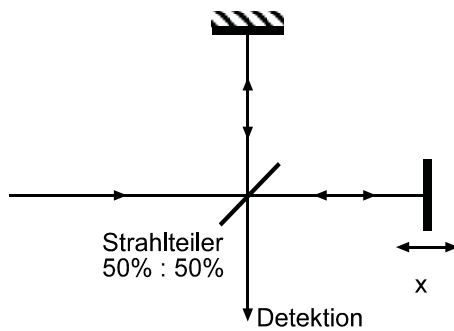


Bild 1.3.: Schematischer Aufbau eines Michelson Interferometers.

einer Vergrößerung und Abnahme der Intensität. Im besten Falle, und bei Verwendung eines 50% Strahlteilers, ist eine vollständige Auslöschung möglich. Auslöschung bedeutet hier, dass der Ausgang des Interferometers dunkel wird, wobei die Photonen jedoch nicht vernichtet, sondern rückreflektiert werden. Bei unvollständiger Kohärenz ist dies i.a. nicht möglich. Zur Quantifizierung der Kohärenz definiert man den Streifenkontrast (engl. fringe visibility)

$$\textbf{Streifenkontrast:} \quad V(x) := \frac{I_{\max}(x) - I_{\min}(x)}{I_{\max}(x) + I_{\min}(x)} , \quad (1.17)$$

wobei $I_{\max}(x)$ und $I_{\min}(x)$ die Maxima und Minima der Intensität sind, die bei einer Längenänderung x des einen Interferometerarmes durchlaufen werden. Mit zunehmendem Armlängenunterschied nimmt der Kontrast bei begrenzter Kohärenz ab. Man definiert die Kohärenzlänge l_k über den Weglängenunterschied, bei dem der Kontrast auf einen bestimmten Wert k abgefallen ist,

$$\textbf{Kohärenzlänge } l_c \quad V(l_c) = k V(x = 0) . \quad (1.18)$$

Die Festlegung des Faktors k ist in der Literatur nicht eindeutig. Es wird je nach Anwendungsfall $k = 1/e^2, 1/2, \frac{1}{\sqrt{2}}$ verwendet. Die Definition (1.18) erlaubt die Messung der Kohärenzlänge auch bei einer geometrischen Fehljustierung, die zu einem nicht maximalen Kontrast bei $x = 0$ führt.

Bei genau gleichen Armlängen zeigt das Interferometer immer Interferenz, die man Weisslichtinterferenz nennt. Der Name rührt daher, dass selbst besonders inkohärentes, breitbandiges „weisses“ Licht wie z.B. Tageslicht, interferiert.

Interferenz ist eine Eigenschaft, die bei jeder Art von Wellen auftreten kann, nicht nur bei Licht. Eine wesentliche Unterscheidung ist, dass für Interferenz *Amplituden* und nicht *Intensitäten* betrachtet werden müssen. Nur Amplituden können negative Werte annehmen und damit zur destruktiven Interferenz, d.h. Auslöschung, führen, nicht jedoch Intensitäten, die stets positive Werte haben.

Im Rahmen des Welle-Teilchen-Dualismus sind Interferenz und Kohärenz nur im Wellenbild zu verstehen.

d) Als letzte charakteristische Größe wollen wir in diesem Kapitel die **Polarisation** einführen. Breitet sich eine ebene Welle in z -Richtung aus, können die kartesischen Komponenten des realwertigen elektrischen Feldes geschrieben werden

$$\begin{aligned} E_x(z,t) &= E_{x0} \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \\ E_y(z,t) &= E_{y0} \cos(kz - \omega t + \varphi_y) \\ E_z(z,t) &= 0. \end{aligned} \quad (1.19)$$

Das Licht ist linear polarisiert, wenn das elektrische Feld in einer Ebene schwingt, d.h. wenn entweder E_{x0} oder E_{y0} gleich null sind, oder wenn die x - und die y -Komponente eine Phasendifferenz $\Delta\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ von 0 oder π haben. Vollständig zirkular polarisiert ist das Feld bei $\Delta\varphi = \pm\pi/2$ und $E_{x0} = E_{y0} = E_0$ und man kann schreiben

$$\begin{aligned} E_x(z,t) &= E_0 \cos(kz - \omega t + \varphi_x) \\ E_y(z,t) &= E_0 \cos(kz - \omega t + \varphi_x \pm \frac{\pi}{2}) \\ &= \mp E_0 \sin(kz - \omega t + \varphi_x), \end{aligned} \quad (1.20)$$

d.h. der Feldvektor beschreibt einen Kreisumlauf in der x,y -Ebene.

Nach dieser Einführung soll noch betont werden, dass Laser kein prinzipiell anderes Licht zur Verfügung stellen als es mittels herkömmlicher Lampen möglich wäre. Auch herkömmliche Lampen können kollimiertes Licht aussenden, oder durch spektrale Filterung schmalbandig gemacht werden und hohe Kohärenz zeigen. Der Laser ermöglicht lediglich, auf effiziente Weise Licht spezieller Eigenschaften in besonderer Ausprägung und in Kombination zur Verfügung zu stellen. Während z.B. durch starke spektrale Filterung einer thermischen Lampe sehr viel Licht verloren geht, können manche Laser die gesamte Lichtenergie mit einer spektralen Breite von unter 1 Hz emittieren, also weniger als 10^{-14} der Absolutfrequenz!

1.3. Einstein-Koeffizienten und Planckscher Strahler

Licht kann mit Atomen, die im folgenden als Zweiniveausysteme behandelt werden, in drei grundlegenden Formen wechselwirken: mittels spontaner Emission, Absorption oder stimulierter Emission. Diese drei Grundformen, eingeführt von Albert Einstein 1917, sind in Abb. 1.4 dargestellt.

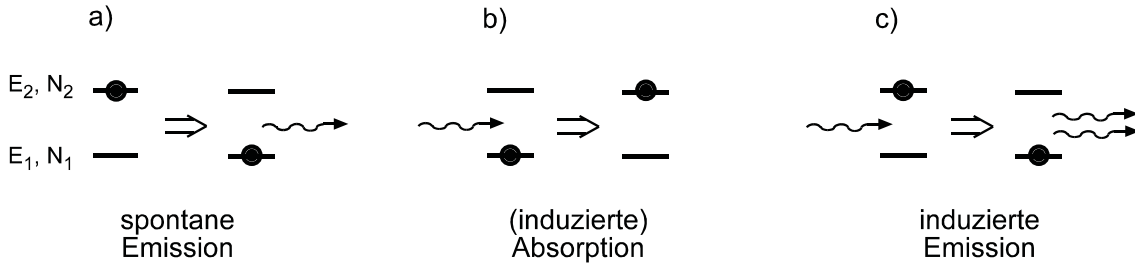


Bild 1.4.: Grundformen der Wechselwirkung von Strahlung mit Materie, hier dargestellt für ein hypothetisches Atom mit zwei Energieniveaus.

- a) **Spontane Emission:** Ein angeregtes Atom geht unter Emission eines Photons spontan vom angeregten Zustand mit der Energie E_2 in den Grundzustand mit der Energie E_1 über. Die Rate dN_2/dt , mit der der obere Zustand entvölkert und Photonen emittiert werden, hängt nur von den Eigenschaften des Atoms ab

$$\frac{dN_2^{spont}}{dt} = -A_{21}N_2 \quad \text{mit} \quad A_{21} = \frac{1}{\tau_{sp}}. \quad (1.21)$$

Die Konstante A_{21} heißt Einsteinkoeffizient der **spontanen Emission**. Sie entspricht der inversen Zerfallsdauer τ_{sp} . Der Zerfall eines Ensembles angeregter Atome folgt einem Exponentialgesetz. Die Abstrahlung spontan emittierter Photonen ist isotrop, d.h. gleichverteilt in allen Richtungen, und die Photonen sind nicht kohärent.

- b) **Induzierte Absorption:** Ein einfallendes Photon passender Energie kann von einem Atom im Grundzustand mit der Energie E_1 absorbiert werden, wobei dieses in den Zustand mit der Energie E_2 übergeht. Die entsprechende Rate, mit der Zustand 1 entvölkert wird, ist

$$\frac{dN_1^{ind}}{dt} = -B_{12} \cdot \rho(\nu)N_1. \quad (1.22)$$

B_{12} heißt Einsteinkoeffizient der **induzierten Absorption**. Die Rate, mit der das Atom ein Photon absorbiert, ist proportional zur spektralen Energiedichte $\rho(\nu)$, d.h. zur Anzahl der Photonen der Energie $h\nu$ im Einheitsvolumen. Diese Gleichung gilt, wenn die Absorptionsrate kleiner als die spontane Emissionsrate ist, wenn also in einem Ensemble von Atomen die meisten Atome im Zustand N_1 sind.

- c) **Induzierte Emission:** Unter dem Einfluss eines einfallenden Photons kann ein angeregtes Atom im Zustand mit der Energie E_2 in den Zustand mit der Energie E_1 übergehen. Die Energiedifferenz wird als zweites Photon abgestrahlt. Die Rate

$$\frac{dN_2^{ind}}{dt} = -B_{21} \cdot \rho(\nu)N_2 \quad (1.23)$$

für diesen Prozess ist wieder proportional zur spektralen Energiedichte $\rho(\nu)$. Die Proportionalitätskonstante B_{21} heißt Einsteinkoeffizient der **stimulierten Emission**. Stimuliert emittierte Photonen unterscheiden sich grundlegend von spontan emittierten. Das

einfallende und das stimuliert emittierte Photon sind vollständig kohärent und breiten sich als Folge von Interferenz gleichgerichtet aus. Da Photonen der Bosestatistik unterliegende identische Quantenteilchen sind, lässt sich prinzipiell nicht unterscheiden, welches das ursprünglich eingefallene und welches das stimuliert emittierte Photon ist.

Albert Einstein hat die beiden folgenden wichtigen Beziehungen zwischen den Einstein-Koeffizienten angegeben,

$$A_{21} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} B_{12} , \quad \text{und} \quad B_{12} = B_{21} . \quad (1.24)$$

Aus diesen Beziehungen wird unmittelbar deutlich, warum ein Maser leichter zu realisieren ist als ein optischer Laser, und dieser leichter als ein Röntgenlaser. Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten für Spontanemission zu stimulierter Emission folgt einer ν^3 -Abhängigkeit.

Mit Hilfe der Beziehungen (1.24) gelang es Einstein, das Plancksche Strahlungsgesetz abzuleiten, das für einen schwarzen Strahler („Planckschen Strahler“) gilt. Die entsprechenden Schritte wollen wir hier nachvollziehen. Sind die Atome im thermischen Gleichgewicht mit einem Reservoir der Temperatur T , so wird die Wahrscheinlichkeit dafür, $N_{1,2}$ Atome in den Zuständen mit den Energien $E_{1,2}$ zu finden, durch den Boltzmannfaktor gegeben

$$\begin{aligned} N_1 &\sim e^{-\frac{E_1}{kT}} , \\ N_2 &\sim e^{-\frac{E_2}{kT}} . \end{aligned} \quad (1.25)$$

Der Faktor $k = 1.38 \cdot 10^{-23}$ J/K bezeichnet die Boltzmannkonstante. Das Verhältnis der Besetzungszahlen ist

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2-E_1}{kT}} = e^{-\frac{h\nu}{kT}} . \quad (1.26)$$

Damit ist im thermischen Gleichgewicht der energetisch tiefer liegende Zustand immer stärker besetzt als der höher liegende und die Absorption überwiegt stets die stimulierte Emission, zudem es den zur stimulierten Emission alternativen Prozess der Spontanemission gibt. Bei sehr hohen Lichtintensitäten ist jedoch Spontanemission vernachlässigbar und die Zustände 1 und 2 sind ungefähr gleichbesetzt. Das Ensemble wird bei sehr hohen Intensitäten also durchsichtig!

Wir nehmen nun die Ratengleichungen zu Hilfe,

$$\frac{dN_2}{dt} = B_{12} N_1 \rho(\nu) - B_{21} N_2 \rho(\nu) - A_{21} N_2 = -\frac{dN_1}{dt} . \quad (1.27)$$

Daraus folgt im Gleichgewicht mit $dN_2/dt = dN_1/dt = 0$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{B_{12} \rho(\nu)}{A_{21} + B_{21} \rho(\nu)} \quad (1.28)$$

bzw.

$$\rho(\nu) = \frac{A_{21}}{B_{21}} \frac{1}{\frac{B_{12}}{B_{21}} e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} . \quad (1.29)$$

Unter Verwendung der oben angegebenen Beziehungen zwischen den Einsteinkoeffizienten (1.24) ergibt sich das **Plancksche Strahlungsgesetz**

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} . \quad (1.30)$$

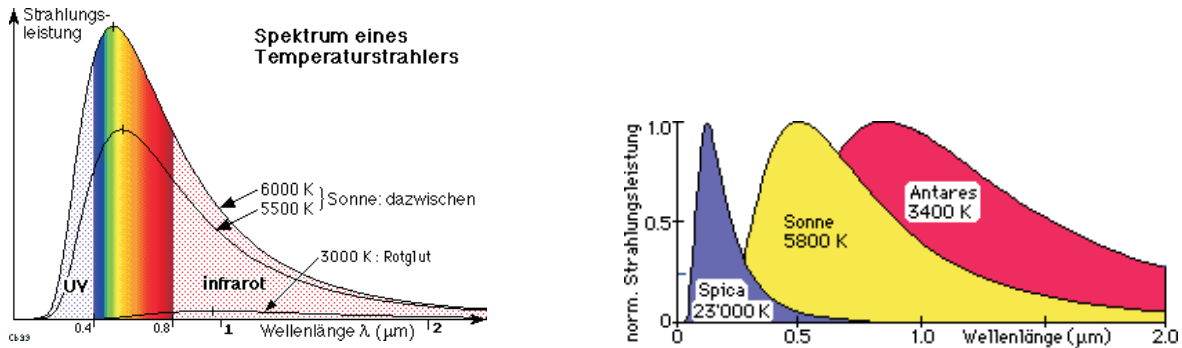


Bild 1.5.: Strahlungsspektren von schwarzen Strahlern. Die Sonne (Sterntyp G2) ist in guter Näherung ebenfalls ein schwarzer Strahler mit einer effektiven Temperatur von etwa 5800 K. Der extrem heiße Stern Spica (Sterntyp B2) emittiert hauptsächlich im Ultravioletten, der rote Riesenstern Antares (Sterntyp M0) im Infraroten. Die (geringen) Abweichungen von der Kurve eines idealen schwarzen Strahlers rühren hauptsächlich daher, dass die lichtabstrahlenden Schichten der Sterne keine homogenen Temperaturen haben sondern Temperaturverteilungen, und dass die Spektren durch eine große Zahl von Absorptions- und Emissionslinien überlagert werden.

Bild 1.5 zeigt das Strahlungsspektrum eines Planck-Strahlers nach Gl. (1.30). Es ist zu beachten, dass dieses Gesetz universell ist. Es gilt unabhängig von den beteiligten Atomen und deren speziellen Energieniveaus. Bedingung für die Gültigkeit ist nur, dass der Körper schwarz ist, d.h. Photonen aller Frequenzen vollständig absorbieren kann. Ein Planckscher Strahler besteht idealisiert aus einer Vielzahl von Oszillatoren verschiedener Energie, d.h. einer inkohärenten Gesamtheit von verschiedenen Quasi-Zweiniveausystemen.

Beispiel 1.2 Ein Gas befinde sich in einer Kugel im thermischen Gleichgewicht bei einer Temperatur von 1000 °C, entsprechend den Bedingungen für einen schwarzen Strahler. Mittels Einsteinkoeffizienten und Planckscher Strahlungsformel kann das Zahlenverhältnis von spontanen zu induzierten Emissionen berechnet werden. Für sichtbares Licht ergibt sich das Verhältnis zu $10^{10} : 1$, im Radiofrequenzbereich hingegen zu $10^8 : 1$.

1.4. Linienformen und Linienverbreiterung

Bisher wurde die Übergangsfrequenz zwischen zwei Energieniveaus als diskreter, infinitesimal schmaler Wert betrachtet. Dies ist natürlich nur eine Näherung. In diesem Kapitel wollen wir untersuchen, welche Mechanismen die spektrale Breite und Form einer „Linie“ bestimmen.

Eine grundsätzliche Unterscheidung ist die der **homogenen** und **inhomogenen** Verbreiterungsmechanismen. Zu den homogenen Verbreiterungsmechanismen, die alle Atome gleichermaßen betreffen, zählt z. B. der spontane Zerfall, der die natürliche Linienbreite festlegt. Eine inhomogene Verbreiterung betrifft eine Auswahl von Atomen. Zu diesem Mechanismus zählt die Dopplerverbreiterung, bei dem die Eigenfrequenz eines Übergangs abhängig von der Geschwindigkeit eines Atoms verschoben wird. Während die inhomogene Verbreiterung eine Ensembleeigenschaft ist, ist die homogene Verbreiterung eine Teilcheneigenschaft.

Natürliche Linienbreite

Form und Breite eines Übergangs zwischen zwei Energieniveaus mit der Energiedifferenz $E_2 - E_1 = \hbar\omega$ hängt von der spontanen Zerfallszeit ab. Das an der Wechselwirkung beteiligte Atom kann dabei als gedämpfter harmonischer Oszillator beschrieben werden analog zu einem mechanischen Oszillator, z.B. einem Federpendel mit der Masse m , der Federkonstanten D und der Dämpfungskonstanten κ . Das Federpendel folgt der Differentialgleichung

$$m\ddot{x} + \kappa\dot{x} + Dx = 0 \quad (1.31)$$

mit

$$\omega_0 := \sqrt{\frac{D}{m}} \quad \text{und} \quad \gamma := \frac{\kappa}{m} . \quad (1.32)$$

Für schwache Dämpfung $\gamma \ll \omega_0$ ergibt sich als Lösung eine exponentiell gedämpfte harmonische Schwingung

$$x(t) = x_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} \cos \omega_0 t . \quad (1.33)$$

Wegen dieser Abhängigkeit der Amplitude ist die Schwingung nicht mehr monochromatisch, wie es eine ungedämpfte Sinusschwingung wäre. Die Amplitude als Funktion der Frequenz lässt sich durch Fouriertransformation gewinnen

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt = \frac{x_0}{\sqrt{8\pi}} \left(\frac{1}{i(\omega - \omega_0) + \gamma/2} + \frac{1}{i(\omega + \omega_0) + \gamma/2} \right) . \quad (1.34)$$

Die reale Intensität $I(\omega) \sim A(\omega)A^*(\omega)$ ergibt sich nun zu

$$I(\omega) = \frac{C}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} , \quad (1.35)$$

wobei die Näherung $(\omega - \omega_0)^2 \ll \omega_0^2$ für die Linienform in der Nähe der Resonanzfrequenz ω_0^2 gemacht wurde. Ein Intensitätsprofil dieser Form wird **Lorentzprofil** genannt. Wir schreiben nun die Intensität $I(\omega) = I_0 L(\omega)$ mit der normierten Lorentz-Linienform

$$L(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma/2)^2} \quad \text{mit} \quad \int_{-\infty}^{+\infty} L(\omega) d\omega = 1 \quad (\text{Lorentzprofil}) . \quad (1.36)$$

Die Halbwertsbreite (englisch: **F**ull **W**idth at **H**alf **M**aximum, FWHM) dieser Kurve entspricht der Dämpfungskonstanten bzw. inversen Zerfallszeit,

$$\Delta\omega = \gamma = 1/\tau . \quad (1.37)$$

Diese Beziehung zwischen der Lebensdauer und der spektraler Breite entspricht nach Multiplikation mit der Planckschen Konstanten \hbar dem aus der Quantenmechanik bekannten Grenzwert der Unbestimmtheitsrelation $\hbar \Delta\omega \tau = \Delta E \tau \geq \hbar$. Eine mehr technische Erklärung ist folgende: sobald eine Sinusschwingung eine zeitliche Begrenzung hat, also eine Art „Einhüllende der Amplitude“, führt dies zu zusätzlichen Fourierkomponenten des Spektrums.

Zur Charakterisierung der Linienbreite eines Oszillators wird oft der Kehrwert der relativen Linienbreite, die **Liniengüte** Q angegeben,

$$Q := \frac{\omega_0}{\Delta\omega} . \quad (1.38)$$

Beispiel 1.3 In einem Kalziumatom beträgt die Abklingzeit τ des oberen Zustandes etwa 4,6 ns. Die Wellenlänge λ des Übergangs ist 423 nm, entsprechend einer Frequenz $\nu = c/\lambda = 7 \cdot 10^{14}$ Hz. Während der Abklingzeit macht die elektromagnetische Welle $\nu \cdot \tau \approx 3 \cdot 10^6$ Schwingungen und die Intensität ist auf $1/e$ abgeklungen. Die Liniengüte beträgt $Q \equiv \omega_0/\Delta\omega = 4,5 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} \cdot 4,6 \cdot 10^{-9} \text{ s} \approx 2 \cdot 10^7$.

Dopplerverbreiterung

Bewegen sich Atome wie in Abb. 1.6 mit der Geschwindigkeit v_z relativ zu einem Beobachter, so verschieben sich ihre Resonanzfrequenzen aufgrund des Dopplereffekts. Hat der Geschwindigkeitsvektor eine Komponente in Richtung des Beobachters, ist die detektierte Frequenz höher als die im Ruhesystem des emittierenden Atoms. Bewegen sich Emitter und Beobachter voneinander fort, ist die detektierte Frequenz niedriger. Es gilt

$$\omega' = \omega_0 + \vec{k} \vec{v} = \omega_0 \left(1 + \frac{1}{2\pi\nu} \frac{2\pi}{\lambda} v_z \right) = \omega_0 \left(1 + \frac{v_z}{c} \right) . \quad (1.39)$$

Steht der Geschwindigkeitsvektor senkrecht auf dem \vec{k} -Vektor, z.B. bei einer Kreisbewegung, bleibt die Frequenz unverändert⁵

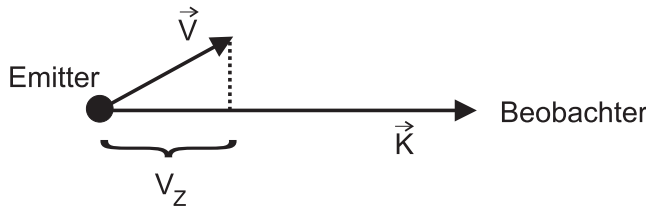


Bild 1.6.: Strahlungsemitter mit einer Geschwindigkeitskomponente in Richtung des Beobachters.

Ein Gas, das Licht absorbiert oder nach Anregung emittiert, besteht aus Atomen mit einer statistischen Geschwindigkeitsverteilung, die im thermodynamischen Gleichgewicht nur von einem Parameter abhängt, der Temperatur. Um also die resultierende Linienform eines Gases zu berechnen, muss über die Geschwindigkeitsverteilung der Atome gemittelt werden. Die Zahl der Atome im Geschwindigkeitsintervall dv_z um v_z ist im thermischen Gleichgewicht nach der Maxwell-Boltzmann Statistik

$$dN = N \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}} dv_z . \quad (1.40)$$

⁵wenn man von relativistischen Korrekturen absieht, die z.B. in Gasen bei weitem vernachlässigbar sind.

Diese Gleichung kann mit Hilfe von Gl. (1.39), bzw. $d\omega'/dv_z = \omega_0/c$ und $v_z = c(\omega' - \omega_0)/\omega_0$, umgewandelt werden in

$$dN = N \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mc^2}{2kT} \frac{(\omega' - \omega_0)^2}{\omega_0^2}} \frac{c}{\omega_0} d\omega'. \quad (1.41)$$

Die spektrale Intensitätsverteilung ist proportional zu dN , also $I(\omega)d\omega \sim dN$, und die Intensität wiederum ist proportional zur normierten Linienform, also $I(\omega) = I_0 L(\omega)$. Daraus folgt das Linienprofil aufgrund des Dopplereffektes,

$$L(\omega) = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{mc^2}{2\pi kT}} e^{-\frac{mc^2}{2kT} \frac{(\omega - \omega_0)^2}{\omega_0^2}} \quad \textbf{(Gaußprofil)}. \quad (1.42)$$

Die Halbwertsbreite ergibt sich zu

$$\Delta\omega = 2\omega_0 \sqrt{2 \ln 2 \frac{kT}{mc^2}}. \quad (1.43)$$

Abb. 1.7 a) zeigt den Vergleich zwischen einer Gauß- und einer Lorentzkurve mit gleicher Halbwertsbreite und gleicher Fläche. Die Steigung der Lorentzlinie im Halbwertspunkt ist halb so groß wie die der Gaußkurve, und die Flanken fallen deutlich flacher ab. Abb. 1.7 b) veranschaulicht die Dopplerverbreiterung, die durch die Emission vieler dopplerverschobener Linien mit natürlicher Linienbreite entsteht.

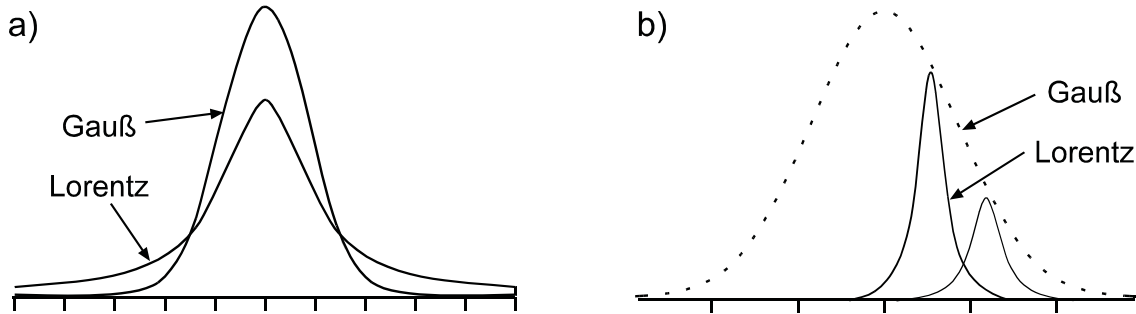


Bild 1.7.: a) Vergleich zwischen einer Gauß- und einer Lorentzkurve mit gleicher Halbwertsbreite und gleicher Fläche. b) Die Dopplerverbreiterung entsteht durch die Emission vieler dopplerverschobener Linien mit natürlicher Linienbreite.

Sättigungsverbreiterung

Steigert man die Strahlungsleistung, so dass sich ein merklicher Anteil der Atome im angeregten Zustand befindet, die spontane Emission also nicht mehr schnell genug den Grundzustand rückbevölkert, verringert sich die Absorption. Dies wird Sättigung eines Übergangs genannt. Aus den Ratengleichungen erhält man den funktionalen Zusammenhang zwischen

Besetzungszahlverhältnis und Intensität. Im stationären Gleichgewicht ist die zeitliche Änderung null,

$$\frac{dN_2}{dt} = \underbrace{N_1 B_{12} \rho(\nu)}_{\text{stimulierte Absorption}} - \underbrace{N_2 B_{21} \rho(\nu)}_{\text{stimulierte Emission}} - \underbrace{A_{21} N_2}_{\text{spontane Emission}} \quad (1.44)$$

$$= -\frac{dN_1}{dt} \quad \underbrace{\quad}_{\text{im stationären Gleichgewicht}} \equiv 0 \quad (1.45)$$

Daraus ergibt sich mit $B_{12} = B_{21}$

$$\begin{aligned} 2B_{12}\rho(\nu)(N_2 - N_1) + 2A_{21}N_2 &= 0 \\ 2B_{12}\rho(\nu)(N_2 - N_1) + A_{21}N_2 + A_{21}N_1 + A_{21}(N_2 - N_1) &= 0. \end{aligned} \quad (1.46)$$

Durch Umstellen erhält man mit $N = N_1 + N_2$ als Differenz zwischen den Niveaus

$$\begin{aligned} \Rightarrow N_1 - N_2 &= \frac{N}{1 + 2 \frac{B_{12}\rho(\nu)}{A_{21}}} \\ &\equiv \frac{N}{1 + \frac{I(\nu)}{I_s}} \quad \text{mit der Sättigungsintensität} \quad I_s \equiv \frac{cA_{21}}{2B_{12}}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Mit der Besetzungszahldifferenz wird nun auch der Absorptionskoeffizient α (also der von der Linienfunktion unabhängige, materialabhängige Wirkungsquerschnitt für Absorption) eine Funktion der Intensität

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + I/I_s}. \quad (1.48)$$

Die Auswirkung auf die Linienform ist unterschiedlich für homogene und inhomogene Linien. Beide Fälle sind in Abb. 1.8 skizziert. Im Falle einer homogenen Lorentzlinie ergibt sich die nun nicht mehr normierte Kurve

$$L(\omega) = \frac{C}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma_s/2)^2} \quad \text{mit} \quad \gamma_s = \gamma \sqrt{1 + I/I_s}. \quad (1.49)$$

Die Lorentzform bleibt also erhalten, die Linie wird jedoch verbreitert, da die Absorption im Zentrum der Linie stärker reduziert ist als an den Flanken. Bei der Sättigungsintensität $I = I_s$ ist nach Gl. 1.47 $N_2 = N/4$, also ein Viertel aller Atome im angeregten Zustand, und die Linienbreite hat um einen Faktor $\sqrt{2}$ zugenommen.

Bei inhomogenen Übergängen tritt hingegen eine spektral selektive Sättigung auf. Bei entsprechend schmalbandiger Anregung kommt es zum sogenannten Lochbrennen (hole burning). Bei der Dopplerverbreiterung z.B. lässt sich jedem Frequenzbestandteil des Linienprofils eine Atomgruppe bestimmter Geschwindigkeit zuordnen. Wird nun Licht mit einer bestimmten Frequenz eingestrahlt, so tritt nur eine Wechselwirkung mit Atomen passender Geschwindigkeit bzw. Frequenz auf. Die Breite des entstehenden Loches kann nicht schmaler werden als die natürliche Linienbreite.

Andere Verbreiterungsmechanismen

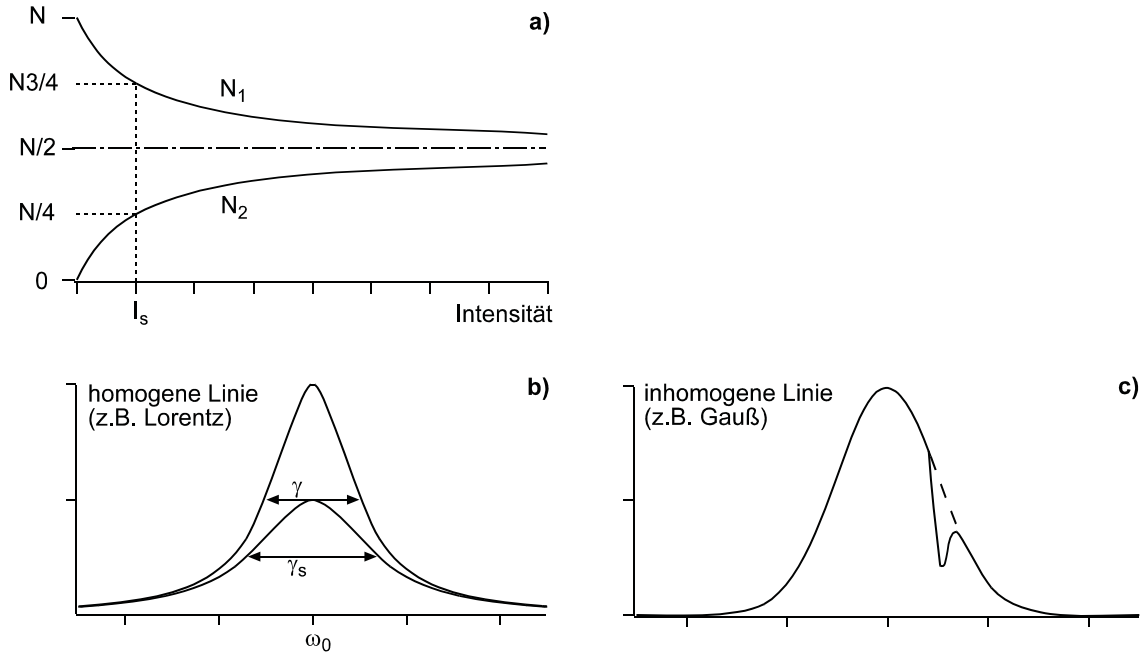


Bild 1.8.: a) Intensitätsabhängigkeit der Besetzungszahlen im 2-Niveau-Atom. b) Sättigungsverbreiterung einer homogenen Linie. c) Sättigung einer inhomogenen Linie in Form spektralen Lochbrennens).

Ungestörte, angeregte Atome emittieren aufgrund von Spontanemission, ausgelöst durch Fluktuationen des Vakuums, die zufällig sind. Die Emission kann jedoch auch durch elastische Stöße der Atome untereinander induziert werden. Elastische Stöße in einem Gas sind ebenfalls statistischer Natur, so dass sie zu einer homogenen, lorentzförmigen Linienverbreiterung führen, solange vorausgesetzt werden kann, dass die Stossrate unabhängig von der Geschwindigkeit der Atome ist. Im Modell des harmonischen Oszillators kann man sich vorstellen, dass elastische Stöße Phasensprünge der ausgesandten Welle bewirken, wie in Bild 1.9 veranschaulicht.

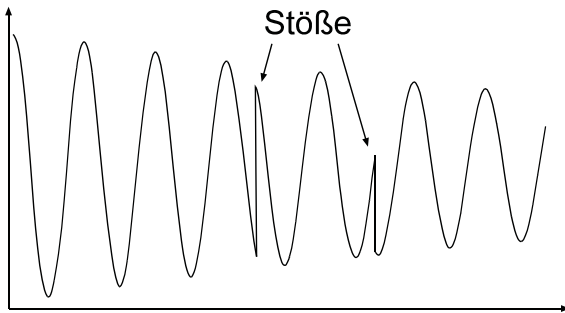


Bild 1.9.: Durch elastische Stöße ändert sich die Phase der ausgesandten Welle eines gedämpften harmonischen Oszillators.

Die resultierende, normalisierte Lorentz-Linienform ist

$$L(\omega) = \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma_{ges}}{(\omega - \omega_0)^2 + (\gamma_{ges}/2)^2} . \quad (1.50)$$

mit der Gesamtemissionsrate, d. h. Linienbreite,

$$\Delta\omega = \gamma_{ges} = \gamma + 2\gamma_{Sto\beta} . \quad (1.51)$$

Die Stoßrate berechnet sich für ein Gas im thermischen Gleichgewicht aus der mittleren relativen Geschwindigkeit der stoßenden Atome, nach der Maxwell-Boltzmann Statistik zu

$$\gamma_{Sto\beta} = \rho\sigma v_{rel} \quad \text{mit} \quad v_{rel} = 4\sqrt{kT/\pi m} . \quad (1.52)$$

Da häufig der Druck leichter messbar ist als die Dichte, kann die Stoßverbreiterung mit $p = \rho kT$ auch als Funktion des Druckes geschrieben werden.

Beispiel 1.4 Für HeNe-Laser beträgt die Halbwertsbreite der Stoßverbreiterung bei einem Druck $p = 0,5$ mbar etwa $FWHM_{Sto\beta} \approx 100$ MHz.

Ein anderer Verbreiterungsmechanismus resultiert aus der endlichen Wechselwirkungszeit. Diesen Effekt der Wechselwirkungszeitverbreiterung muss man berücksichtigen, wenn die Dauer der Wechselwirkung eines Absorbers mit dem Laserstrahl kurz gegenüber der natürlichen Lebensdauer des angeregten Atoms ist. Die Linienbreite eines Übergangs ist in solchen Fällen nicht durch die Lebensdauer, sondern durch die Flugzeit eines Atomes durch einen Laserstrahl bestimmt. Das Frequenzprofil der Strahlung hängt dann vom speziellen Intensitätsprofil des Laserstrahls ab.

Beispiel 1.5 Kalziumatome aus einem 1000°C heißen Ofen haben eine quadratisch gemittelte Geschwindigkeit von $v_{rms} = \sqrt{3kT/m} = 790$ m/s. Die Lebensdauer des roten Übergangs bei 657 nm beträgt $4,6$ ns. Erst wenn man einen Laserstrahl auf einen Durchmesser von unter $4\text{ }\mu\text{m}$ fokussiert, wird die Wechselwirkungszeitverbreiterung relevant.

1.5. Optische Verstärkung

Eine wichtige Konsequenz aus dem Prinzip der stimulierten Emission ist die Möglichkeit, Licht zu verstärken. Benötigt wird ein Mechanismus, das obere Laserniveau stärker als das untere zu bevölkern, also **Inversion** zu erreichen. Wir betrachten ein Medium der Länge z mit $c = dz/dt$. Wir nehmen wieder die Ratengleichungen (1.22) und (1.23) für Absorption und stimulierte Emission zu Hilfe, vernachlässigen die spontane Emission und subtrahieren die Zahlen der Photonen, die pro Längeneinheit gebildet und vernichtet werden,

$$\frac{dQ}{dz} = \frac{\text{Zahl erzeugter} - \text{Zahl vernichteter}}{\text{Photonen pro } dz} = B\rho(N_2 - N_1)/c , \quad (1.53)$$

wobei hier $B \equiv B_{12} = B_{21}$ gesetzt wurde. Inversion und Verstärkung liegen vor, wenn die Zahl der erzeugten Photonen größer ist als die der absorbierten Photonen. Ausdruck (1.53) ist dann positiv und es ist $N_2 > N_1$. Die spontane Emission führt zu einem Anteil inkohärenter Photonen, vergleichbar mit dem Eigenrauschen eines elektronischen Verstärkers, die zum

Starten der Lasertätigkeit wichtig sind, im stabilen Betrieb aber in der Regel vernachlässigt werden können. Der entsprechende Term wurde deshalb in Gl. (1.53) weggelassen.

In einem Zweiniveausystem im thermischen Gleichgewicht ist Besetzungsinversion nicht möglich, wie man am Boltzmannfaktor

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-h\nu/kT} < 1 \quad (1.54)$$

sieht, der das Verhältnis der Besetzungszahlen angibt. Es ist also nicht möglich, einen Laser in diesem Sinne thermisch zu pumpen. Berücksichtigt man zusätzlich die (zur spektralen Energiedichte ρ proportionale) Intensität, die über Absorption und stimulierte Emission die Besetzungszahlen beeinflusst, erhält man

$$B\rho(\nu) N_1 = B\rho(\nu) N_2 + AN_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{N_2}{N_1} = \frac{B\rho(\nu)}{B\rho(\nu) + A} < 1. \quad (1.55)$$

Während also ein Zweiniveausystem keine Lasertätigkeit erlaubt, ist dies in 3-Niveau- oder 4-Niveauschemata unter Umständen möglich. In diesen sind die physikalischen Prozesse der Anregung, des Zerfalls und des Laserübergangs getrennt und sie können völlig unterschiedlicher Natur sein. Die verschiedenen Schemata sind in Abb. 1.10 skizziert.

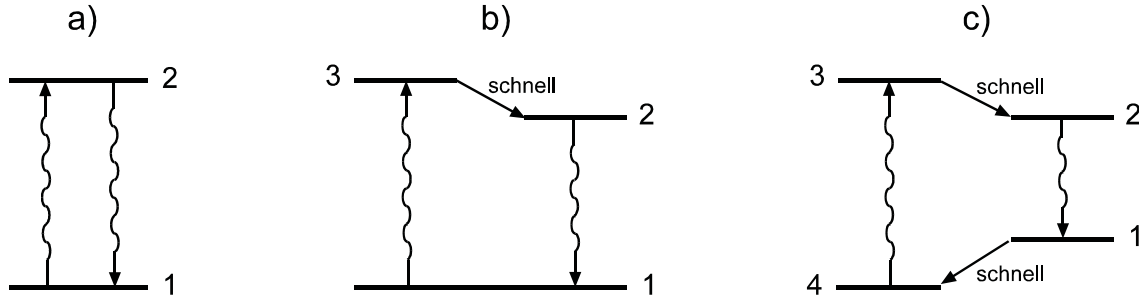


Bild 1.10.: 2-Niveau-, 3-Niveau-, 4-Niveauschemata.

Eine Inversion der an der Lasertätigkeit beteiligten Niveaus 2 und 1 lässt sich erreichen, wenn die Abregung in das obere Laserniveau 2 sehr viel schneller ist als der spontane Zerfall des gepumpten Niveaus 3 zurück in den Grundzustand, und wenn zudem die Bevölkerungsrate des Laserniveaus 2 sehr viel größer ist als die spontane Zerfallsrate von Niveau 2 in Niveau 1. Beim 3-Niveausystem kommt Besetzungsinversion erst zustande, wenn mindestens die Hälfte aller Atome angeregt sind. Im 4-Niveausystem dagegen ist Inversion unmittelbar nach Beginn des Pumpens möglich, wenn durch einen sehr schnellen Prozess das Niveau 1 stets entvölkert wird. Wegen dieses Vorteils folgen die meisten Laser einem 4-Niveauschema.

Um den Verstärungskoeffizienten zu berechnen, wie er in der Literatur üblich ist, formen wir Gl. (1.53) in eine Gleichung der Intensität statt der Photonenzahl um,

$$\frac{dI}{dz} = \frac{h\nu}{c} B L(\nu) \cdot (N_2 - N_1) I =: \gamma(\nu) I. \quad (1.56)$$

Hierbei bezeichnen nun N_1 und N_2 die Besetzungszahldichten der Zustände 1 und 2 und $L(\nu)$ die über $\int L(\nu)d\nu = 1$ normierte Linienfunktion des Laserübergangs ⁶.

Aus Gl. (1.56) folgt bei Besetzungsinversion eine Kleinsignalverstärkung $e^{\gamma(\nu)z}$. Ein schwaches Signal, das die Besetzungsinversion nicht merklich beeinflusst, wird also exponentiell verstärkt. Der Verstärkungskoeffizient kann unter Verwendung von Gl. (1.24) auch als Funktion des Einsteinkoeffizienten $A = 1/\tau_{sp}$ geschrieben werden,

$$\gamma(\nu) = \frac{h\nu}{c} B L(\nu) \cdot (N_2 - N_1) = \frac{\lambda^2}{8\pi} A L(\nu) \cdot (N_2 - N_1) . \quad (1.57)$$

Gelegentlich wird explizit der Absorptions-Wirkungsquerschnitt σ angegeben,

$$\sigma(\nu) = \frac{\lambda^2}{8\pi} A L(\nu) . \quad (1.58)$$

Die tatsächliche Verstärkung der Intensität ist also das Produkt eines materialabhängigen Wirkungsquerschnittes und der durch Pumpen erzielten Inversion.

Um zu sehen, wie die Besetzungsinversion aufgebaut wird, müssen wir die Ratengleichungen für die Besetzungszahldichten herleiten. Wir betrachten dazu ein 4-Niveausystem, dessen oberes Laserniveau mit der Rate P_2 gepumpt wird und mit den Zerfallsraten $1/\tau_{21} = 1/\tau_{sp}$ in Zustand 1 und $1/\tau_{20}$ in den Grundzustand zerfallen kann. Die Lebensdauer τ_2 des oberen Laserniveaus ist damit gegeben durch $1/\tau_2 = 1/\tau_{20} + 1/\tau_{21}$. Die allgemeinen Ratengleichungen für die Niveaus 1 und 2 lauten

$$\frac{dN_2}{dt} = P_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{\sigma I}{h\nu} (N_2 - N_1) , \quad (1.59)$$

$$\frac{dN_1}{dt} = \frac{N_2}{\tau_{21}} - \frac{N_1}{\tau_1} + \frac{\sigma I}{h\nu} (N_2 - N_1) . \quad (1.60)$$

Um die Mathematik zu vereinfachen sei angenommen, dass das untere Laserniveau 1 bei instantaner Entvölkerung in den Grundzustand nie besetzt ist. Die Besetzungsinversion $N_2 - N_1 \approx N_2$ lässt sich dann aus der ersten Gleichung (1.59) des Gleichungssystems für den Fall $I = konst$ leicht bestimmen. Eine konstante Intensität ist bei endlichem Verstärkungskoeffizienten in einem entsprechend kurzen Verstärkungsmedium realisiert.

Für $N_2 - N_1 \approx N_2$ reduziert sich Gl. (1.59) zu

$$\frac{dN_2}{dt} = P_2 - \frac{N_2}{\tau_2} \left(1 + \frac{\sigma \tau_2}{h\nu} I \right) \quad (1.61)$$

mit der Lösung

$$\begin{aligned} N_2 &= \frac{P_2 \tau_2}{1 + I \sigma \tau_2 / h\nu} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2} (1 + I \sigma \tau_2 / h\nu)} \right) \\ &= \frac{P_2 \tau_2}{1 + I / I_s} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_2} (1 + I / I_s)} \right) , \end{aligned} \quad (1.62)$$

⁶Im Allgemeinen müssen die Entartungsfaktoren der Laserniveaus g_1 und g_2 berücksichtigt werden. Dies geschieht durch Ersetzen von N_1 durch $\frac{g_2}{g_1} N_1$

wenn P_2 stufenförmig bei $t = 0$ eingeschaltet, und wobei mit

$$I_s := \frac{h\nu}{\sigma\tau_2} \quad (1.63)$$

die **Sättigungsintensität** definiert ist.

Der Aufbau der Inversion folgt einem Exponentialgesetz. Sowohl die asymptotisch erreichbare maximale Verstärkung als auch die Zeitkonstante skalieren mit $1/(1 + I/I_s)$, da bei endlicher Intensität durch stimulierte Emission die Besetzung im oberen Niveau reduziert wird. Für die **Sättigungsverstärkung** können wir nun schreiben

$$\gamma \approx \sigma N_2 = \frac{\sigma P_2 \tau_2}{1 + I/I_s} = \frac{\gamma_0}{1 + I/I_s} . \quad (1.64)$$

Modenkonzurrenz

Bisher haben wir die Verbreiterung und Verstärkung *einer* Linie behandelt. In fast allen Lasern schwingen jedoch mehrere Lasermoden an, wenn nicht entsprechende Maßnahmen zur Modenselektion getroffen werden. Die relative Stärke der einzelnen Moden hängt davon ab, in welcher Form die Laserübergänge verbreitert sind. Bei inhomogener Verbreiterung werden die Moden von unterschiedlichen Atomen oder Molekülen, also unabhängig voneinander verstärkt. Bei homogener Verbreiterung hingegen kommt es zur sogenannten Modenkonzurrenz („mode competition“) und die Amplituden der einzelnen Moden können statistisch stark fluktuieren. Starke Modenkonzurrenz tritt beim Argonionenlaser (Kap. 3.1.2) auf, die inhomogen verbreiterten Linien des Helium-Neon-Lasers (Kap. 3.1.1) hingegen führen zu einem stabilen Mehrmodenbetrieb.

Pumpprozesse

Zum Schluss sollen noch die Pumpprozesse erwähnt werden. Für die Energiezufuhr kommt eine Reihe von Prozessen in Frage: i) optisches Pumpen mit Lampen oder anderen Lasern, ii) elektrisches Pumpen durch Gasentladung oder in Halbleiterlasern, oder iii) Chemisches Pumpen durch Bildung angeregter Moleküle.

Die schnelle Übergänge vom oberen Pumpniveau in das obere Laserniveau und beim 4-Niveausystem vom unteren Laserniveau in den Grundzustand sind Zerfallsmechanismen, die deutlich schneller sein müssen als die spontanen Zerfallszeiten des Pump- und des Laserübergangs. In der Regel sind es strahlungslose, atomare oder molekulare Stöße in Gasen und Flüssigkeiten, und ebenfalls strahlungslose, phononische Zerfälle in Festkörpern. Die Pump- und Zerfallsprozesse werden anhand spezieller Lasertypen in Kap. 3 und 5.2 in weiteren Details besprochen.

1.6. Phänomenologisches Lasermodell

Um einen Laser aufzubauen, müssen die folgenden Voraussetzungen erfüllt sein:

- Es wird ein **aktives Medium** zur Lichtverstärkung benötigt. +
- Die Inversion muss kontinuierlich über einen **Pumpmechanismus** aufrecht erhalten werden.
- Ein Teil der verstärkten Lichtwelle muss **phasenrichtig** in das aktive Medium rückgekoppelt werden.

Wir wollen die Funktionsweise eines Lasers anhand eines stark vereinfachten Modells, dargestellt in Abb. 1.11, phänomenologisch beschreiben. Das aktive Medium habe einen Verstärkungskoeffizienten γ und die Länge L_m . Die Rückkopplung erfolge über die Reflexion an zwei Spiegeln mit den Reflexionskoeffizienten R_1 und R_2 , und darüber hinaus gebe es keine weiteren Verluste.

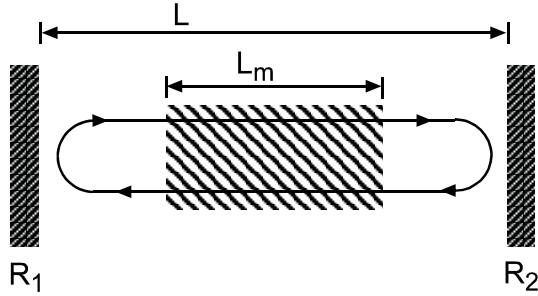


Bild 1.11.: Lasermode. Ein Verstärkungsmedium der Länge L_m befindet sich in einem Resonator der Länge L , der aus Spiegeln mit Reflektivität R_1 und R_2 gebildet wird.

Um die Laseraktivität kontinuierlich aufrecht zu erhalten, muss die Amplitude der elektromagnetischen Welle zeitlich konstant (stationär) sein. Die Verluste durch die ausgekoppelte Leistung müssen durch die dem aktiven Medium zugeführte Leistung kompensiert werden. Zudem muss der nicht ausgekoppelte Teil der Welle phasenrichtig rückgekoppelt werden. In jeder Ebene senkrecht zur Laserachse muss also die Feldstärke E der Welle zum Zeitpunkt t in **Phase** und **Amplitude** exakt gleich der Feldstärke nach der Umlaufzeit τ zum Zeitpunkt $t + \tau$ sein, entsprechend der Gleichgewichtsbedingung

$$E(t) = E(t + \tau) . \quad (1.65)$$

Beim Umlauf durch den Resonator nimmt die Amplitude E der Welle während der beiden Durchgänge durch das aktive Medium mit je einem Faktor $e^{\gamma L_m/2}$ zu und erfährt an den Spiegeln eine Abnahme um $\sqrt{R_1}$ und $\sqrt{R_2}$. Der Konvention nach bezeichnet R_i den Reflexionsgrad bezüglich der Intensität, bezogen auf die Amplitude demnach $\sqrt{R_i}$. Analog ist der Verstärkungskoeffizient bezogen auf die Amplitude $\gamma/2$. Unter Berücksichtigung der Phasentwicklung kann die Gleichgewichtsbedingung Gl. (1.65) nun ausführlich geschrieben werden

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 e^{i(kz - \omega t)} \\ \stackrel{!}{=} E(t + \tau) &= E_0 e^{i(kz - \omega(t + \tau))} e^{\gamma L_m} \sqrt{R_1} \sqrt{R_2} , \end{aligned} \quad (1.66)$$

woraus folgt

$$\sqrt{R_1 R_2} e^{\gamma L_m} e^{-i\omega\tau} \stackrel{!}{=} 1 . \quad (1.67)$$

Die Umlaufzeit τ berechnet sich (s. Bild 1.11) aus

$$\tau = 2 \frac{L_m}{c} n + 2 \frac{L - L_m}{c} = \frac{2}{c} L' \quad (1.68)$$

mit der optischen Länge $L' = L + L_m(n - 1)$, wobei n den Brechungsindex im verstärkenden Medium bezeichnet.

Damit die Gleichgewichtsbedingung Gl. (1.67) identisch erfüllt ist, müssen sowohl der Amplitudenfaktor als auch der Phasenfaktor unabhängig voneinander 1 sein.

Die Phasenbedingung ergibt sich aus Gl. (1.67) und Gl. (1.68) zu

$$\exp(-i \frac{2\omega}{c} L') = 1, \quad (\text{Phasenbedingung}) \quad (1.69)$$

äquivalent zur Bedingung, dass die Phase $2\omega L'/c$ ein ganzzahliges Vielfaches von 2π betragen muss. Dies führt zu diskreten Werten der Frequenz des verstärkten und emittierten Lichts

$$\omega_q = q \pi \frac{c}{L'} \quad \text{oder} \quad \nu_q = q \frac{c}{2L'} \quad \text{mit} \quad q \in \mathcal{N}. \quad (1.70)$$

Die Anordnung der beiden Spiegel bildet einen **optischen Resonator** mit diskreten Resonanzfrequenzen ν_q . Die entsprechenden Felder heißen longitudinale **Moden** des Resonators und der Frequenzabstand freier Spektralbereich (FSR). Resonatoren werden nach Einführung der Gaußschen Strahlen in Kap. 2.2 detailliert beschrieben.

Beispiel 1.6 Die typische Länge eines Resonators eines HeNe-Lasers beträgt 50 cm. Emittiert der Laser bei 633 nm, ist die $q = 1,6 \cdot 10^6$ te Longitudinalmode angeregt, d.h. die entsprechende stehende Welle hat ebenso viele Schwingungsbäuche.

Die Amplitudenbedingung

$$\sqrt{R_1 R_2} e^{\gamma L_m} = 1, \quad (\text{Amplitudenbedingung}) \quad (1.71)$$

in logarithmierter Form

$$\gamma = \frac{1}{L_m} \ln \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2}}, \quad (1.72)$$

gibt die Beziehung zwischen der erforderlichen Verstärkung γL_m und den Auskoppelverlusten aufgrund der unvollständigen Reflektivität $R_1 R_2 \leq 1$ der beiden Spiegel an. Im Laser wird diese Bedingungen durch Sättigung der Verstärkung sichergestellt, da mit Hilfe von Gl. (1.64) gilt

$$e^{\gamma L_m} = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2}} = e^{\frac{\gamma_0 L_m}{1 + I/I_s}}, \quad (1.73)$$

$$1 + I/I_s = \frac{\gamma_0 L_m}{\ln(1/\sqrt{R_1 R_2})}. \quad (1.74)$$

Für den Grenzfall $I \rightarrow 0$ erhält man mit der Näherung $\ln(1/\sqrt{R_1 R_2}) \approx 1 - \sqrt{R_1 R_2}$ die Laserschwelldingung

$$\gamma_0 L_m = 1 - \sqrt{R_1 R_2} \quad \text{bzw.} \quad \sqrt{R_1 R_2} = 1 - \gamma_0 L_m. \quad (1.75)$$

Der Verstärungskoeffizient ist spektral beschränkt. In nur wenigen Fällen ist seine spektrale Breite kleiner als der freie Spektralbereich des Resonators, so dass normalerweise mehrere Moden verstärkt werden. Die Zahl der anschwingenden Moden ist aber mit Gl. (1.75) auch eine Funktion der Resonatorverluste, da nur die Moden anschwingen können, für die die Verstärkung die Auskoppelverluste mindestens kompensiert. Dies ist in Bild 1.12 gezeigt.

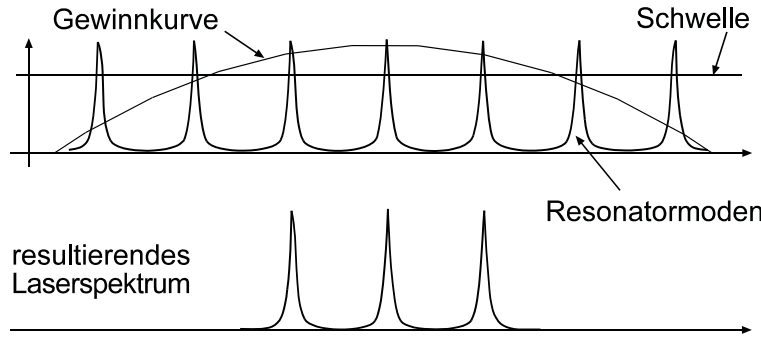


Bild 1.12.: Gewinnkurve, Schwelle, Resonatormoden und daraus resultierende anschwingende Moden.

Alternative Herleitung der Schwellbedingung

Die Laserschwellbedingung Gl. (1.75) kann auch alternativ aus den Ratengleichungen hergeleitet werden. Wir schreiben die gekoppelten Ratengleichungen für die Besetzungszahl N_2 des oberen Laserniveaus mit der Näherung $N_2 \gg N_1$, und für die Intensität I des Lichtes im Resonator,

$$\frac{dN_2}{dt} = P_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{\sigma}{h\nu} I N_2 \quad (1.76)$$

$$\frac{dI}{dt} = c\sigma N_2 I - \frac{1}{\tau_R} I. \quad (1.77)$$

Die drei Terme der ersten Gleichung sind die Pumprate, die Rate der spontanen Emission und die der stimulierten Emission. Die beiden Terme der zweiten Gleichung sind die Rate der stimulierten Emission und die Resonatorverlustrate. Die Rate $1/\tau_R$ ist die inverse Aufenthaltsdauer (oder Lebensdauer) der Photonen im Resonator, die im einfachsten Fall durch die Spiegelreflektivitäten mit $R = \sqrt{R_1 R_2}$ gegeben ist,

$$\frac{1}{\tau_R} = (1 - R) \frac{c}{2L}. \quad (1.78)$$

Im Gleichgewicht gilt:

$$c\sigma N_2 I - \frac{1}{\tau_R} I = 0 \Rightarrow N_2 = \frac{1}{c\sigma\tau_R}, \quad (1.79)$$

wobei die Lösung zwar unabhängig von I ist, aber natürlich $I > 0$ gelten muss! Ferner gilt

$$P_2 - \frac{N_2}{\tau_2} - \frac{\sigma}{h\nu} I N_2 = 0 \Rightarrow I = P_2 h\nu c \tau_R - \frac{h\nu}{\sigma \tau_2}. \quad (1.80)$$

Indem wir hier nun N_2 von obiger Gleichung einsetzen, erhalten wir für $I = 0$ die Pumprate an der Schwelle

$$P_{\text{schwelle}} = \frac{1}{c\sigma\tau_2\tau_R} = \frac{1-R}{\sigma\tau_2 L}. \quad (1.81)$$

Es folgt mit $\gamma_0 = \sigma N_2 = \sigma P_2 \tau_2$ die gleiche Schwellbedingung wie in Gl. (1.75),

$$\gamma_0 L_m = 1 - R. \quad (1.82)$$

Das Verhalten der Intensität I und der Besetzungszahl des oberen Niveaus N_2 , die in der hier gemachten Näherung der Inversion entspricht, sind in der folgenden Graphik dargestellt.

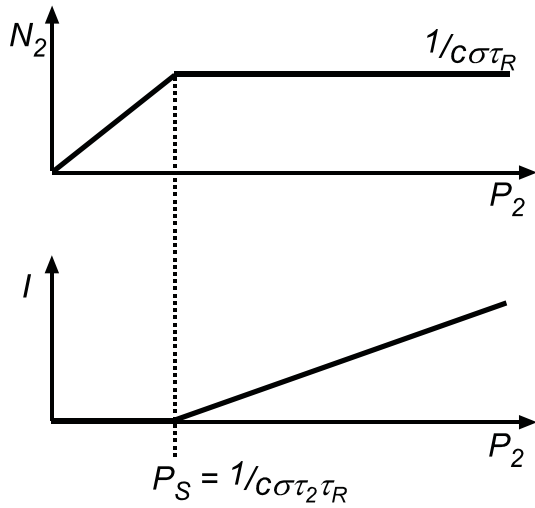


Bild 1.13.: Die Besetzungszahl des oberen Laserniveaus N_2 und die Intensität I in Abhängigkeit von der Pumprate P_2 .

2. Laserstrahlung und Resonatoren

2.1. Gaußsche Strahlen

Die bisher betrachteten ebenen Wellen erlaubten nur die Berechnung des longitudinalen Modenabstandes in einem Resonator, welcher Randbedingungen für das Strahlungsfeld in z -Richtung vorgibt. Die unendliche Ausdehnung der ebenen Wellen bei konstantem Feldbetrag führt jedoch zu einer unendlich großen gespeicherten Energie, was unphysikalisch ist. Ein Laserstrahl bzw. eine Lasermode im Resonator muss in transversaler Richtung so begrenzt sein, dass das Integral über das Feldquadrat endlich bleibt.

Eine Begrenzung in transversaler Richtung führt zu Beugung. In einem Laserresonator heißt dies, dass der Strahl bei mehrmaligem Umlauf Verluste erfährt, wenn er nicht fokussiert wird. Dies ist in Abb. 2.1 dargestellt. Eine Analogie zur Laserstrahlausbreitung im Resonator mit n -maligem Umlauf ist die Hintereinanderschaltung von n Linsen und Blenden mit einmaligem Durchlauf. Im Laser wird sich der Strahl ausbilden, der die geringsten Verluste erfährt. In der Analogie wird besonders deutlich, dass dies der Strahl mit der geringsten Beugung ist.

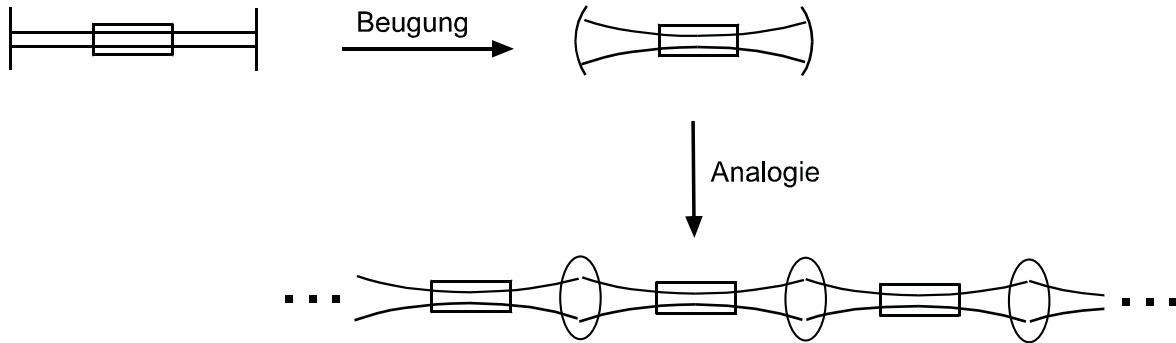


Bild 2.1.: Idealisierter Laserresonator, Berücksichtigung der Beugung und „Ersatzschaltbild“ des Laserresonators. Das als Rechteck angedeutete aktive Medium wirkt als Blende.

Wegen der Beugung ist die transversale Verteilung in x, y -Richtung auch eine Funktion von z . Dies ist nicht nur im Laserresonator, sondern bei jeglicher Strahlpropagation der Fall. Wir schreiben also einen allgemeinen Ansatz für das elektrische Feld

$$E(x, y, z, t) = \tilde{E}(x, y, z) e^{i(\omega t - kz)} . \quad (2.1)$$

Hier ist $\tilde{E}(x, y, z)$ eine komplexe skalare Wellenamplitude, die das transversale Strahlprofil

und dessen z -Abhängigkeit angibt. Eine elektromagnetische Welle wird durch die **Wellengleichung** beschrieben, in die wir den allgemeinen Ansatz (2.1) einsetzen müssen. Für den freien Raum gilt

$$\left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E(x, y, z, t) = \left[\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] E(x, y, z) e^{i(\omega t - kz)} = 0. \quad (2.2)$$

Nach Abspalten der Zeitabhängigkeit erhalten wir

$$[\nabla^2 + k^2] \tilde{E}(x, y, z) e^{-ikz} = 0 \quad (2.3)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = 0. \quad (2.4)$$

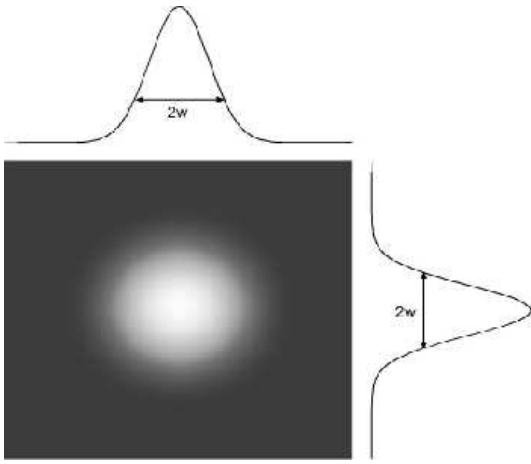


Bild 2.2.: Transversale Amplitudenverteilung einer Welle mit Gaußschem Querschnitt.

Eine wichtige Näherung, mit der Gl. 2.4 vereinfacht werden kann, ist die **paraxiale** Näherung. Sie gilt, wenn die zweite Ableitung von \tilde{E} nach z sowohl gegenüber der ersten Ableitung nach z als auch gegenüber den zweiten Ableitungen nach x und y vernachlässigt werden kann. Erstere Bedingung $\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} \ll 2ik \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z}$ wird auch als *slowly-varying envelope approximation* (SVEA) bezeichnet. Der Name „paraxiale Näherung“ kommt daher, dass ein so beschriebener Strahl nahe der (z -) Achse verläuft. Mit dieser Näherung ergibt sich die so genannte **paraxiale Wellengleichung**

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial \tilde{E}}{\partial z} = 0. \quad (2.5)$$

Das Strahlungsfeld im Resonator und das des ausgekoppelten Laserstrahls muss diese Gleichung mit zusätzlichen Randbedingungen erfüllen. Wir suchen nun die Lösung der Gleichung, die den „einfachen runden“ Laserstrahl beschreibt, also einen Strahl mit hoher Intensität im Zentrum und radial schnell abfallender Intensität. Solch eine Lösung ist

$$\tilde{E}(x, y, z) = A(z) e^{-ik \frac{x^2 + y^2}{2q(z)}}. \quad (2.6)$$

Einsetzen in Gl. (2.5) ergibt die Differentialgleichung

$$\left[\left(\frac{k}{\tilde{q}} \right)^2 \left\{ \frac{d\tilde{q}}{dz} - 1 \right\} (x^2 + y^2) - \frac{2ik}{\tilde{q}} \left\{ \frac{\tilde{q}}{A} \frac{dA}{dz} + 1 \right\} \right] A(z) = 0, \quad (2.7)$$

deren Lösung für **alle** x und y nur dann gilt, wenn die beiden Ausdrücke in den geschweiften Klammern unabhängig voneinander null sind

$$\frac{d\tilde{q}}{dz} = 1 \quad \text{und} \quad \frac{dA(z)}{dz} = -\frac{A(z)}{\tilde{q}(z)}. \quad (2.8)$$

Integration ergibt

$$\tilde{q}(z) = \tilde{q}_0 + z - z_0 \quad \text{und} \quad \frac{A(z)}{A_0} = \frac{\tilde{q}_0}{\tilde{q}(z)}. \quad (2.9)$$

Der erste Teil dieser Gleichung beschreibt die Entwicklung des komplexen Strahlparameters \tilde{q} vom Wert \tilde{q}_0 in einer Ebene durch z_0 zum Wert $\tilde{q}(z)$ in der Ebene durch z .

Um die Bedeutung des Strahlparameters \tilde{q} zu verstehen, zerlegen wir seinen Kehrwert in einen Realteil und in einen Imaginärteil,

$$\frac{1}{\tilde{q}(z)} \equiv \frac{1}{q_{re}(z)} - i \frac{1}{q_{im}(z)} \quad (2.10)$$

und setzen dies in den Ansatz (2.6) ein

$$\tilde{E}(x,y,z) = A_0 \frac{\tilde{q}_0}{\tilde{q}(z)} \exp \left[-ik \frac{x^2 + y^2}{2q_{re}(z)} - k \frac{x^2 + y^2}{2q_{im}(z)} \right]. \quad (2.11)$$

Die Verteilung $\tilde{E}(x,y,z)$ hat einen rein reellen Anteil

$$e^{-k \frac{x^2 + y^2}{2q_{im}(z)}} \equiv e^{-\frac{x^2 + y^2}{w^2(z)}} = e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}}, \quad (2.12)$$

der eine gaußförmige Abhängigkeit der Amplitude von \tilde{E} von den transversalen Koordinaten x und y hat. $w(z)$ ist der **Strahlradius** am Ort z und gibt an, innerhalb welcher Breite die Amplitude auf $1/e$, bzw. die Intensität auf $1/e^2$ abgefallen sind. Wir sehen, dass ein Strahl mit einem solchen Querschnitt zwar unendlich weit ausgedehnt ist, die Amplitude aber radial schnell genug abfällt, um ein endliches Integral zu gewährleisten.

Der komplexe Anteil

$$e^{-ik \frac{x^2 + y^2}{2q_{re}(z)}} \equiv e^{-ik \frac{x^2 + y^2}{2R(z)}} = e^{-ik \frac{r^2}{2R(z)}} \quad (2.13)$$

stellt einen Phasenfaktor der Welle \tilde{E} dar. $R(z)$ ist der (reelle) **Krümmungsradius** der Wellenfront, die die Achse bei z schneidet.

Die Darstellung des **komplexen Strahlparameters** $q(z)$ durch einen reellen und einen komplexen Anteil

$$\frac{1}{\tilde{q}(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)} \quad \text{mit} \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2.14)$$

enthält die ganze Physik einer Gaußschen Welle: Wir starten an der Stelle $z = z_0$, an der die Phasenfront der Welle eben ist (d.h. der Krümmungsradius $R(z = z_0) = \infty$). Damit wird

$$\frac{1}{\tilde{q}(z = z_0)} \equiv \frac{1}{\tilde{q}_0} = -i \frac{1}{q_{im}(z = z_0)} = -i \frac{\lambda}{\pi w_0^2}$$

oder $q_0 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda}.$

(2.15)

w_0 heißt die **Taille** (engl. waist) der Gaußschen Welle. Gl. 2.9 legt die Entwicklung von $\tilde{q}(z)$ längs der Ausbreitungsrichtung z fest.

$$\tilde{q}(z) = \tilde{q}_0 + z - z_0 = i \frac{\pi w_0^2}{\lambda} + z - z_0. \quad (2.16)$$

Setzt man der Einfachheit halber $z_0 = 0$ sowie die letzte Gleichung in Gl. 2.14 ein, erhält man nach Gleichsetzen der Imaginärteile

$$w^2(z) = w_0^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2 \right] \quad (2.17)$$

und nach Gleichsetzen der Realteile

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right]. \quad (2.18)$$

Mit diesen Ergebnissen können wir nun den vollständigen Ausdruck für das elektrische Feld schreiben:

$$E(x, y, z, t) = \underbrace{E_0 \frac{w_0}{w(z)}}_{\text{Amplitudenfaktor}} \cdot \underbrace{e^{-\frac{x^2+y^2}{w^2(z)}}}_{\text{longitudinaler Phasenfaktor}} \cdot \underbrace{e^{-i(kz - \arctan \frac{z}{R})}}_{\text{radialer Phasenfaktor}} \cdot \underbrace{e^{-i \frac{k(x^2+y^2)}{2R(z)}}}_{\text{zeitlicher Phasenfaktor}} \cdot \underbrace{e^{i\omega t}}_{\text{zeitlicher Phasenfaktor}} \quad (2.19)$$

Der hier noch eingeführte \arctan -Faktor wird auch Guoy-Phase genannt und beschreibt zusammen mit dem kz Beitrag die Phasenverschiebung in z -Richtung.

Eine Welle mit Gaußschem Transversalprofil bleibt immer eine Welle mit Gaußschem Profil; der **Strahldurchmesser** $2w(z)$ (s. Bild 2.3) und der Krümmungsradius $R(z)$ entwickeln sich längs z nach Gl. 2.17 bzw. Gl. 2.18. Der Strahldurchmesser nimmt mit zunehmendem Abstand von w_0 stets zu. Diese Entwicklung ist ein Ergebnis der Beugung, die bereits in Kap. 1.2 als Folge der Unbestimmtheitsrelationen eingeführt wurde. Obwohl in der Taille w_0 eine Welle mit ebenen Phasenfronten vorliegt, führt die endliche transversale Ausdehnung zu einer Aufweitung. Der charakteristische Abstand, außerhalb dessen die diffraktive Ausweitung zunehmend bemerkbar wird, ist die so genannte **Rayleighlänge**

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}. \quad (2.20)$$

An der Stelle $z = z_R$ haben die Wellenfronten des sich ausbreitenden Strahls ihren größten Krümmungsradius, die Aufweitung des Strahls beträgt das $\sqrt{2}$ -fache des Wertes w_0 . Das Zweifache der Rayleighlänge wird auch **konfokaler Parameter** genannt. Der Strahlradius $w(z)$ in Bild 2.3 entwickelt sich nach einer Hyperbel. Für Abstände z , die groß sind im

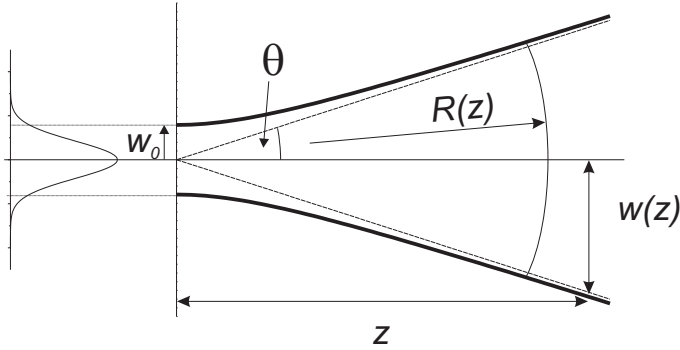


Bild 2.3.: Entwicklung des Strahlradius' eines Gaußschen Strahls.

Vergleich zur Rayleighlänge, überwiegt der zweite Term in der eckigen Klammer von Gl. 2.17, so dass

$$w(z) \approx \frac{\lambda z}{\pi w_0}. \quad (2.21)$$

Die Asymptoten schließen mit der Achse den Winkel $\theta \approx \tan \theta \approx w/z$ (paraxiale Näherung!) ein, woraus sich

$$\theta = \frac{\lambda}{\pi w_0} \quad (2.22)$$

ergibt. Je kleiner die Taille w_0 ist, desto stärker weitet sich der Strahl auf. Als Konsequenz der beugungsbedingten Strahldivergenz erfordert die Übertragung von Laserlicht im freien Raum über große Entfernungen fokussierende Linsen in geeignetem Abstand.

Beispiel 2.1 Der Radius eines HeNe Laserstrahls bei 633 nm, der sich über eine Entfernung von 10 m um nicht mehr als einen Faktor 2 aufweiten soll, muss mindestens 1 mm betragen. Unter diesen Bedingungen ist die Entfernung groß gegenüber dem Strahltaillenradius, jedoch nicht gegenüber der Rayleighlänge, so dass die Bedingungen für die Näherung 2.21 noch nicht erfüllt sind.

Der bisher behandelte Ansatz (Gl. 2.6) beschreibt die sogenannte Gaußsche **Fundamentalmode** bzw. **Grundmode**. Wegen ihrer großen Bedeutung sind die Parameter in Tab. 2.1 in einer Übersicht zusammengefasst.

Wir wollen nun noch die Intensität und die Leistung in Abhängigkeit von Strahlradius und Feldstärke berechnen. Kein Photodetektor ist schnell genug, um der Trägerfrequenz des elektrischen Feldes folgen zu können. Um die mittlere, vom Detektor „gesehene“ Leistung zu berechnen, muss über den Zeitverlauf einer Periode gemittelt werden. Mit $\langle \cos^2(\omega t) \rangle_t = 1/2$ ergibt sich für die radialsymmetrische Gaußsche Grundmode

$$E(x, y, z) = E(r, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-\frac{r^2}{w^2(z)}} \quad (2.23)$$

z_R	$= \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$	Rayleighlänge
$w(z)$	$= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z\lambda}{\pi w_0^2}\right)^2}$	Strahlradius
	$= w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$	
$R(z)$	$= z + \frac{1}{z} \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda}\right)^2$	Wellenfrontradius
	$= z + \frac{z_R^2}{z}$	
θ	$= \frac{\lambda}{\pi w_0} = \frac{w_0}{z_R}$	Divergenzwinkel

Tabelle 2.1.: Strahlparameter der Gaußschen Grundmode.

die Intensität

$$I(r, z) = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E^2(r, z) = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} \quad (2.24)$$

und die Leistung

$$P = \iint I(r, z) r dr d\phi = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E_0^2 \left(\frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \iint e^{-\frac{2r^2}{w^2(z)}} r dr d\phi = \frac{1}{4} c \epsilon_0 \pi w_0^2 E_0^2. \quad (2.25)$$

Die Grundmode ist nur eine der möglichen Lösungen der paraxialen Wellengleichung (Gl. 2.5). Eine allgemeinere Lösung lautet

$$\tilde{E}(x, y, z) = A(z) \cdot H_m(x/x_0) \cdot H_p(y/y_0) \cdot e^{-ik \frac{x^2+y^2}{2q(z)}}, \quad (2.26)$$

mit den Hermite-Gauß-Polynomen H_m und H_p , die über

$$H_m(u) = (-1)^m e^{u^2} \frac{d^m e^{-u^2}}{du^m} \quad (2.27)$$

definiert sind.

Die niedrigsten vier Hermite-Polynome sind

$$\begin{aligned} H_0(u) &= 1 \\ H_1(u) &= 2u \\ H_2(u) &= 4u^2 - 2 \\ H_3(u) &= 8u^3 - 12u. \end{aligned} \quad (2.28)$$

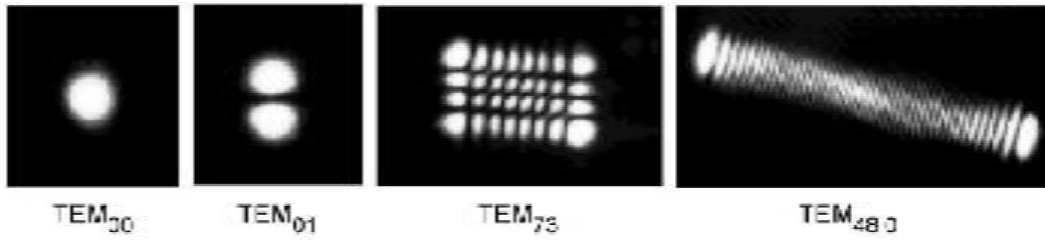


Bild 2.4.: TEM Moden, aufgenommen mit Hilfe eines Titansaphirlasers.

$H_m(u)$ hat m Nullstellen in u -Richtung, so dass im transversalen Intensitätsprofil dunkle Stellen auftreten. Die Charakterisierung der höheren transversalen Moden erfolgt durch die Anzahl der Nullstellen m und n (in kartesischen Koordinaten). Sie heißen **Transversale Elektromagnetische Stehwellen** der Ordnung m und p (abgekürzt: **TEM_{mp}**). Abb. 2.4 zeigt verschiedene TEM Moden, aufgenommen mit Hilfe eines Titansaphirlasers.

Die TEM₀₀ - Mode hat keine Nullstellen in x und y -Richtung und entspricht der eingangs besprochenen Gaußschen Grundmode. Wegen der Beiträge der Hermite-Polynome wird die Fläche, die die höheren transversalen Moden einnehmen, mit zunehmendem m und p immer größer. Diese Tatsache lässt sich zur Unterdrückung der höheren transversalen Moden ausnutzen, indem z.B. in den Resonator eine **Modenblende** eingebracht wird, deren Durchmesser so gewählt wird, dass die Fundamentalmode gerade noch ausreichend durchgelassen, die höheren Moden aber schon signifikant abgeschnitten werden.

Benutzt man anstelle der kartesischen Koordinaten x und y Polarkoordinaten r und ϕ , so werden die Moden durch ein Produkt aus Laguerre- und Gaußfunktionen mit der Notation LG_{mp} beschrieben. Dies ist immer dann sinnvoll, wenn im optischen Resonator eine echte Zylindersymmetrie vorliegt. Sowohl die Hermite-Gauß-Polynome als auch die Laguerre-Gauß-Polynome bilden ein vollständiges System von Eigenfunktionen, so dass stets eine eindeutige Umrechnung möglich ist. Bild 2.5 zeigt die Darstellung einer Hermite-Gaußmode (in kartesischen Koordinaten mit einer Nullstelle in x -Richtung und vier Nullstellen in y -Richtung) durch drei Laguerre-Gaußmoden. Die Laguerre-Gaußmoden werden durch ihre unterschiedliche Zahl von Nullstellen in radialer (r -) Richtung und azimuthaler (ϕ -) Richtung charakterisiert. Die drei Laguerre-Gaußmoden in Bild 2.5 haben in r - und ϕ -Richtung jeweils 0 und 5, 1 und 3, 2 und 1 Nullstellen. In Bild 2.6 ist die Umrechnung einer Laguerre-Gaußmode in drei Hermite-Gaußmoden dargestellt.

Es sei darauf hingewiesen, dass die Laguerre-Gaußmoden und die Hermite-Gaußmoden jeweils einer mathematischen Basis entsprechen, die einen Funktionenraum aufspannen. In der Regel bedarf es besonderer Vorkehrungen, um in einem Laser genau eine dieser Moden zu erzeugen, wie in Bild 2.4. Am einfachsten gelingt dies noch mit der Grundmode. Liegen höhere Moden vor, wählt man sich die mathematische Basis, bei der man mit den wenigsten Funktionen zur Beschreibung der realen Moden auskommt.

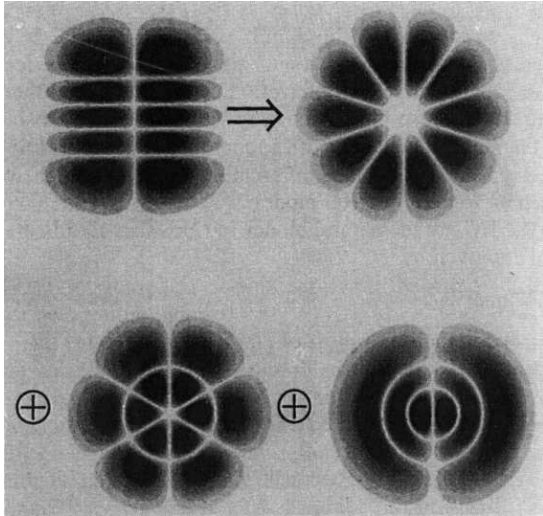


Bild 2.5.: Darstellung einer TEM_{14} Hermite-Gaußmode aus drei Laguerre-Gaußmoden LG_{05} , LG_{13} und LG_{21} .

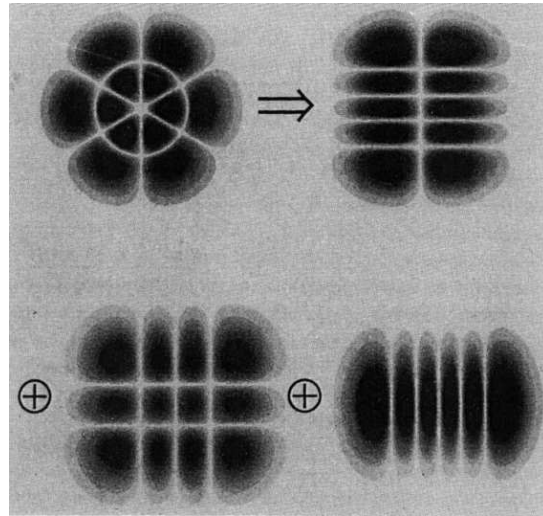


Bild 2.6.: Darstellung einer LG_{13} Laguerre-Gaußmode aus drei Hermite-Gaußmoden TEM_{14} , TEM_{32} und TEM_{50} .

2.2. Resonatoren

Um zu verstehen, wie sich Gaußsche Moden in einem Resonator verhalten und welche Eigenfrequenzen sie haben, wird zunächst das Fabry-Perot Interferometer behandelt. Die Diskussion der Linienbreite im Fabry-Perot Interferometer zunächst mit ebenen Wellen gibt Aufschluss über die longitudinalen, eindimensionalen Eigenschaften dieses Resonatortyps. Ein Unterkapitel behandelt dünne Schichten, deren Funktion ebenfalls auf interferierenden Mehrfachreflexionen beruht. Schließlich werden verschiedene Resonatortypen vorgestellt und Stabilitätskriterien und Gaußmoden-abhängige, also von der radialen Intensitätsverteilung abhängende Eigenfrequenzen diskutiert.

2.2.1. Fabry-Perot-Interferometer, Etalons und dünne Schichten

Resonanzstruktur im Fabry-Perot-Interferometer

Eine Fabry-Perot Interferometer (Bild 2.7) wird gebildet durch eine parallele Anordnung planer, reflektierender Platten oder Schichten. Wir betrachten nun die Reflexionen und Transmissionen einer ebenen Welle an den im Abstand L aufgestellten Spiegeln. Die Reflexion finde

an den Innenseiten der Spiegel statt, wobei ein Phasensprung von π am optisch dichteren Medium entsteht. Die Spiegel sind durch ihre (Amplituden-) Reflexionskoeffizienten r_1 und r_2 und durch ihre (Amplituden-) Transmissionskoeffizienten t_1 und t_2 charakterisiert. In Bild 2.7 lassen wir die einfallende Welle unter einem kleinen Winkel einfallen, um die reflektierten Strahlen trennen zu können, betrachten in der Rechnung aber der Einfachheit halber senk-

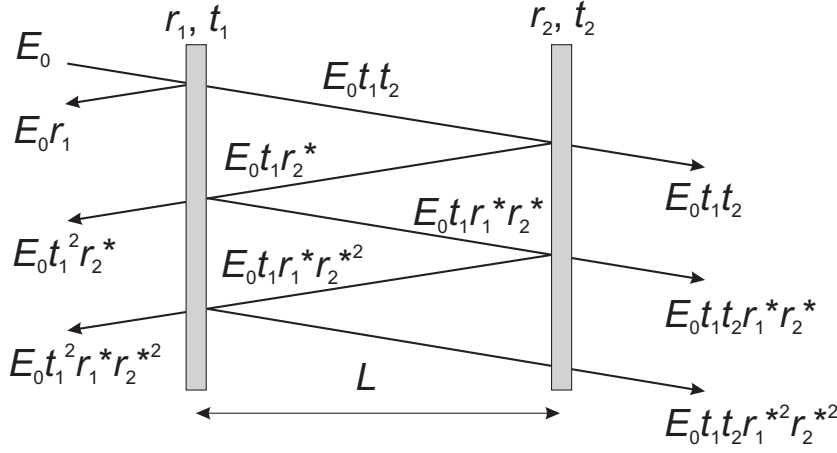


Bild 2.7.: Reflexionen und Transmissionen am planparallelen Fabry-Perot Interferometer. Die Einzelheiten sind im Text erklärt.

rechten Einfall. Den Phasenfaktor der einfallenden Welle $e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ wählen wir so, dass er an der Spiegelebene eins ist. Die transmittierte komplexe Amplitude setzt sich zusammen aus

$$\begin{aligned}
 E_T &= \sum_{i=1}^{\infty} E_{T_i} \\
 &= E_0 t_1 t_2 e^0 e^{-i\omega L/c} + E_0 t_1 t_2 r_1 r_2 e^{i2\pi} e^{-i\omega 3L/c} + E_0 t_1 t_2 r_1^2 r_2^2 e^{i4\pi} e^{-i\omega 5L/c} \dots \\
 &= E_0 t_1 t_2 e^{-i\omega L/c} \left[1 + r_1 r_2 e^{-i\omega 2L/c} + r_1^2 r_2^2 e^{-i\omega 4L/c} \dots \right]. \quad (2.29)
 \end{aligned}$$

Jede Reflexion am optisch dichteren Medium führt zu einem Phasenfaktor $e^{i\pi}$. Da transmittiertes Licht aber stets eine gerade Anzahl von Reflexionen am dichteren Medium erfährt, ergibt sich keine Vorzeichenänderung der einzelnen Summanden. Die geometrische Reihe in der eckigen Klammer von Gl. 2.29 hat mit

$$\sum_{n=0}^{\infty} q^n = \frac{1}{1-q} \quad \text{und} \quad q := r_1 r_2 e^{-i\omega 2L/c} \quad (2.30)$$

den Wert $1/[1 - r_1 r_2 e^{-i\omega 2L/c}]$ und es ergibt sich

$$E_T = E_0 t_1 t_2 \frac{e^{-i\omega L/c}}{1 - r_1 r_2 e^{-i\omega 2L/c}}. \quad (2.31)$$

Im Folgenden soll vereinfachend angenommen werden, dass beide Spiegel die gleiche (Intensitäts-) Transmission T und die gleiche (Intensitäts-) Reflexion R besitzen und dass keine Absorption vorliegt,

$$t_1 = t_2 = \sqrt{T}, \quad r_1 = r_2 = \sqrt{R}. \quad (2.32)$$

Damit schreibt sich die transmittierte Amplitude

$$\begin{aligned}
 E_T &= E_0 T \frac{e^{-i\omega L/c}}{1 - R e^{-i\omega 2L/c}} \\
 &= E_0 T \frac{[1 - R e^{i\omega 2L/c}] e^{-i\omega L/c}}{[1 - R e^{-i\omega 2L/c}][1 - R e^{i\omega 2L/c}]} \\
 &= E_0 T \frac{e^{-i\omega L/c} - R e^{i\omega L/c}}{1 + R^2 - 2R \cos(2\omega L/c)} \quad (2.33)
 \end{aligned}$$

und die transmittierte Intensität

$$\begin{aligned}
 I_T &= E_T E_T^* \\
 &= E_0^2 T^2 \frac{[e^{-i\omega L/c} - R e^{i\omega L/c}][e^{i\omega L/c} - R e^{-i\omega L/c}]}{[1 + R^2 - 2R \cos(2\omega L/c)]^2} \\
 &= \frac{I_0 T^2}{1 + R^2 - 2R \cos(2\omega L/c)} \quad \text{mit} \quad I_0 := E_0^2 \quad (2.34)
 \end{aligned}$$

$$= \frac{I_0 T^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\omega L/c)} \quad \text{(Airy-Funktion)} \quad (2.35)$$

Diese Funktion heißt **Airy-Funktion**. Sie ist in Bild 2.8 in Abhängigkeit der Phasenverschiebung

$$\Delta\phi = \omega L/c \quad (2.36)$$

zwischen den einzelnen Teilwellen dargestellt. Nur wenn diese Phasenverschiebung gerade ein Vielfaches von 2π ist, interferieren alle Teilwellen konstruktiv, bei anderen Phasenverschiebungen kommt es zu destruktiver Interferenz. Ändert man die Frequenz der durch das FPI transmittierten Strahlung, ändert sich ebenfalls die Phasendifferenz zwischen den Teilstrahlen. Nach einer charakteristischen Frequenzänderung $\Delta\nu$ ist die Phasenänderung zwischen zwei aufeinander folgenden Umläufen gleich 2π . Dieser Frequenzunterschied heißt **freier Spektralbereich** (FSR, free spectral range) und ist gegeben durch

$$FSR = \Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad (2.37)$$

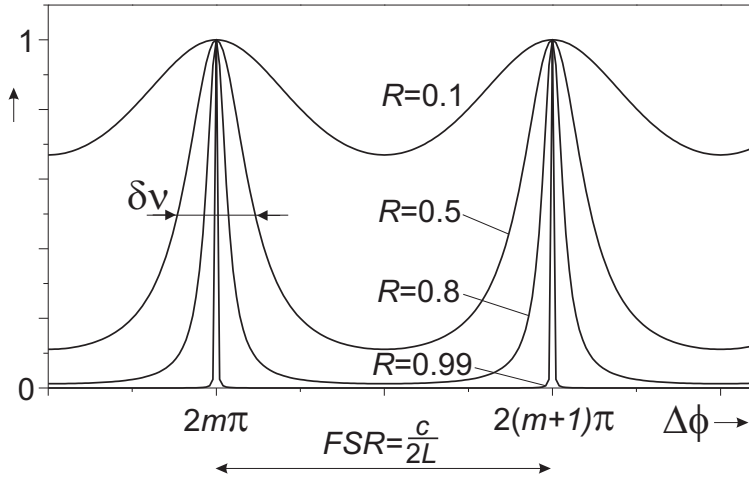


Bild 2.8.: Airy-Funktion, realisiert in einem Fabry-Perot-Interferometer mit Spiegelreflektivitäten R und $R + T = 1$, d.h. ohne Verluste. Die Ordinate ist die auf die einfallende Intensität bezogene transmittierte Intensität, $I = I_T/I_0$.

Hat das Fabry-Perot Interferometer keine Verluste durch Streuung, Absorption etc, ist also $R + T = 1$ wie auch in Bild 2.8 angenommen, lässt sich Gln. 2.35 vereinfachen zu

$$I_T = I_0 \frac{T^2}{T^2 + 4R \sin^2(\omega L/c)} \quad (2.38)$$

$$= I_0 \quad \text{für} \quad \omega L/c = n\pi; \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (2.39)$$

Direkt bei den Resonanzfrequenzen ist das Fabry-Perot Interferometer also vollständig durchsichtig, und zwar unabhängig vom Reflexionsgrad der Spiegel und vom freien Spektralbereich!

Die **Linienbreite** $\delta\nu$ der Interferenzstruktur des Interferometers ist umso schärfer, je mehr Teilwellen beitragen, d.h. je höher der Reflexionskoeffizient R der Spiegel ist. Für den Fall einer Phasenverschiebung $\delta\phi = 2\omega L/c \bmod(2\pi) \ll 2\pi$ lässt die Sinusquadratfunktion im Nenner von Gl. 2.35 nähern

$$I_T = \frac{I_0 T^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\omega L/c)} \approx \frac{I_0 T^2}{(1-R)^2 + 4R \frac{\omega^2 L^2}{c^2}}. \quad (2.40)$$

Diese Näherung entspricht einer Lorentzkurve mit einer Halbwertsfrequenz $\omega_{1/2}$

$$\omega_{1/2}^2 = \frac{c^2(1-R)^2}{L^2 4R}, \quad (2.41)$$

entsprechend einer Linienbreite (volle Halbwertsbreite, FWHM - full width half maximum)

$$\delta\nu := \frac{2\omega_{1/2}}{2\pi} = \frac{(1-R)}{\pi\sqrt{R}} \frac{c}{2L}. \quad (2.42)$$

Das Verhältnis aus freiem Spektralbereich $\Delta\nu = c/2L$ und Linienbreite $\delta\nu$ wird als **Finesse** F^* bezeichnet,

$$F^* = \frac{\Delta\nu}{\delta\nu} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (2.43)$$

Für unterschiedliche Spiegelreflektivitäten R_1 und R_2 ist R durch $R = \sqrt{R_1 R_2}$ zu ersetzen.

Beispiel 2.2 Im Beispiel eines Fabry-Perot-Interferometers (FPI) mit einer Länge von $L = 30$ cm und einer Spiegelreflektivität $R = 99\%$ ergibt sich eine Finesse von $F^* = \pi \cdot \sqrt{1}/0,01 \approx 314$. Der freie Spektralbereich berechnet sich zu $\Delta\nu = c/2L = 500$ MHz. Für die Linienbreite folgt $\delta\nu = \Delta\nu/F^* \approx 1,6$ MHz.

Der Zusammenhang zwischen der Linienbreite des Resonators und der Reflektivität der Resonatorspiegel ergibt sich auch aus folgender Überlegung: Je höher R ist, desto höher ist die Anzahl der Hin- und Herläufe der Photonen im Resonator, die damit im Mittel eine gewisse Zeit τ gespeichert werden. Blockiert man schlagartig den Zufluss neuer Photonen in den Resonator, so klingt hinter dem Auskoppelspiegel die transmittierte Leistung exponentiell ab. Eine mit der Zeitkonstanten τ abklingende elektromagnetische Welle besitzt eine Linienbreite $\delta\nu = \delta\omega/2\pi = 1/(2\pi\tau)$ (vgl. Kap. 1.1). Damit wird die Finesse

$$F^* = \frac{c}{2L} \frac{1}{\delta\nu} = \frac{c}{2L} 2\pi\tau = \frac{c\pi\tau}{L}. \quad (2.44)$$

Für Spiegel mit sehr hohen Reflexionskoeffizienten (Superspiegel) ist die Messung der Speicherzeit eine geeignete Methode, um nach dieser Formel die Linienbreite (oder die Finesse) und daraus die Reflexionskoeffizienten zu bestimmen. Ersetzt man die mittlere Speicherzeit

$\tau = N T$ durch die mittlere Anzahl der Umläufe N und die Zeit $T = 2L/c$ für einen Umlauf, so ergibt sich für die Finesse

$$F^* = \frac{c}{2L} 2\pi N T = \frac{c}{2L} 2\pi N \frac{2L}{c} = 2\pi N. \quad (2.45)$$

Die Finesse ist also ein Maß für die mittlere Anzahl der Umläufe im Resonator. Die Bestimmung der Reflexion der Spiegel mit der Speicherzeit ist nur bei einem „leeren“ Resonator möglich. Befindet sich ein absorbierendes Medium im Resonator, ist die Anzahl der Umläufe und damit die Speicherzeit wegen der zusätzlichen Verluste reduziert und die Linienbreite vergrößert.

Scanning FPI

Besondere Bedeutung haben Fabry-Perot-Resonatoren, neben ihrem Einsatz als Laserresonatoren, als Analysatoren für Laserstrahlung wegen ihres kammförmigen Spektrums äquidistanter Resonanzfrequenzen, deren Lage durch die Resonatorlänge eingestellt werden kann. Durch Anlegen einer Spannung an ein Piezoelement zwischen den Resonatorspiegeln (s. Bild 2.9) lässt sich die Resonatorlänge um einige wenige Wellenlängen durchstimmen und somit jede beliebige Frequenz bzw. Wellenlänge resonant erreichen. Legt man nun eine sägezahnförmige Spannung an das Piezoelement und trägt z.B. mit einem Oszilloskop die transmittierte Intensität gegen die Spannung auf, erhält man das Frequenzspektrum. Das Spektrum kann mit Hilfe von Referenzfrequenzen kalibriert werden.

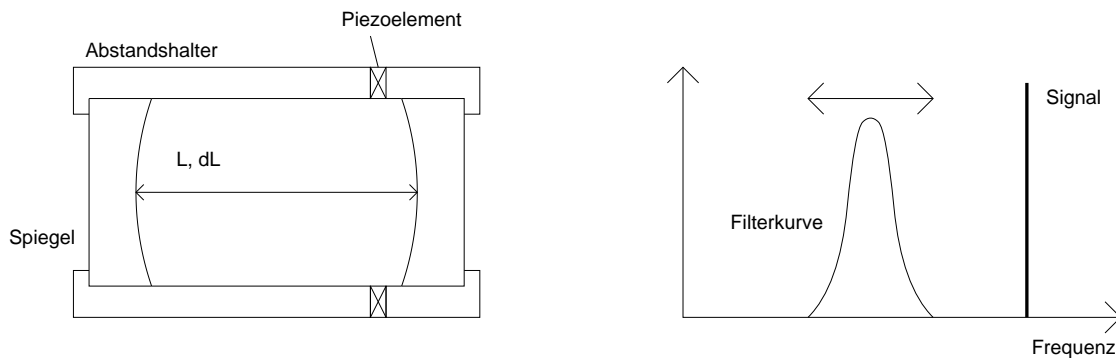


Bild 2.9.: links: Prinzip des scanning Fabry-Perot-Interferometers, wie es als Spektrumanalysator für Laserstrahlung eingesetzt wird. rechts: durch Veränderung der Resonatorlänge verschieben sich die Resonanzfrequenzen, es können also die entsprechenden Filterkurven über die Wellenlänge eines einfallenden Laserstrahls abgestimmt (gescannt) werden.

Die Transmissionbedingung für die m -te Mode im FPI der Länge L lautet:

$$L = m \frac{\lambda}{2} \quad \text{bzw.} \quad \nu = m \frac{c}{2L}. \quad (2.46)$$

Es gilt also

$$\frac{d\nu}{dL} = -\frac{1}{L^2} \frac{mc}{2} = -\frac{\nu}{L}; \quad \frac{d\nu}{\nu} = -\frac{dL}{L}. \quad (2.47)$$

Möchte man mindestens den freien Spektralbereich $\Delta\nu$ überstreichen können, braucht man einen Piezohub ΔL von mindestens

$$|d\nu| = \left| dL \frac{\nu}{L} \right| > \Delta\nu = \frac{c}{2L} \quad \longrightarrow \quad dL > \frac{c}{2\nu} = \frac{\lambda}{2}. \quad (2.48)$$

Etalons und Interferenzfilter

Etalons und Interferenzfilter unterscheiden sich nicht prinzipiell von Fabry-Perot-Interferometern. Diese Namen haben sich jedoch in ihren Anwendungsfeldern eingebürgert.

Etalons, wie in Abb. 2.10 skizziert, können einfach planparallele Glassubstrate sein, die in der Regel beidseitig schwach bis gut verspiegelt sind und typische Dicken im Bereich mm bis cm haben. Die Verwendung eines geschliffenen Glassubstrats erlaubt eine relativ billige Produktion und eine sehr gute Planparallelität. Deshalb kommt die Ausführung mit Luftspalt nur in speziellen Anwenungen vor, z.B. bei dicken Ausführungen, bei denen die Dispersion des Substrates stört oder wegen großer Leistungsüberhöhung mit Materialzerstörung zu rechnen ist. Etalons werden u. a. verwendet, um in Lasern die Zahl der anschwingenden Moden zu reduzieren. Gelegentlich werden sie in Kombination eingesetzt. Sie werden in Kap. 4.2 nochmals etwas detaillierter beschrieben.

Beispiel 2.3 Ein Etalon der Dicke 0,5 cm hat bei einer Reflektivität von 0,9 eine Finesse von 30, einen freien Spektralbereich von 30 GHz und eine Linienbreite von 1 GHz.

Interferenzfilter sind Fabry-Perot Resonatoren mit extrem kleinem Abstand bis hin zu wenigen hundert nm. Häufig werden auf ein Substrat mit kleinem Brechungsindex dünne Schichten aus Aluminium oder Silber aufgebracht, die etwa eine Reflektivität von 80-95 % haben. Ist z.B. die optische Dicke $0,5 \mu\text{m}$, transmittiert das Filter Wellenlängen von $1 \mu\text{m}$, $0,5 \mu\text{m}$, $0,33 \mu\text{m}$, etc. Zur Selektion einer einzigen Wellenlänge werden zusätzliche Farbfilter zur Blockung der anderen Transmissionswellenlängen mit aufgebracht. Reicht die Finesse und damit die minimale Filterbreite bei Silber- oder Aluminiumbeschichtungen nicht aus, oder ist deren Absorption zu hoch, verwendet man mehrlagige dielektrische Schichten (s. u.).

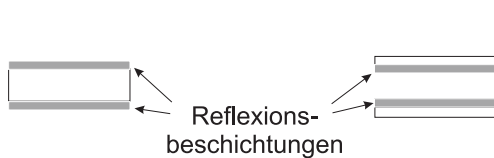


Bild 2.10.: Aufbauformen von Etalons.

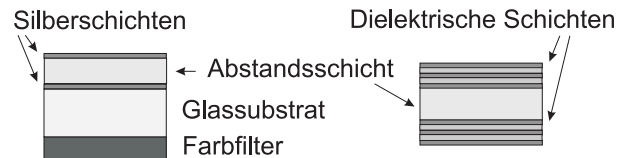


Bild 2.11.: Aufbauformen von Interferenzfiltern.

Dünne Schichten

Häufig wurde bereits davon gesprochen, dass die Reflektivität von Substraten je nach Anwendung gewählt werden kann. Um die Reflektivität zu „designen“, bedient man sich häufig

dielektrischer Mehrfachbeschichtungen, deren Funktion wie die des Fabry-Perot Interferometers auf der Interferenz von mehrfach reflektierten Strahlen beruht.

Die Reflektivität einer Grenzschicht zweier Materialien mit Brechungsindizes n_1 und n_2 berechnet sich aus den Fresnel-Formeln. Für senkrechten Einfall gilt

$$R_{\perp} = \left(\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2. \quad (2.49)$$

Die Reflektivität kann also durch Wahl der Materialien gewählt werden. Für maximale Reflektivität muss $n_1 - n_2$ möglichst gross sein. Es folgt jedoch aus den Kramers-Kronig Dispersionsrelationen, dass ein großer realer Brechungsindex n auch einen großen Absorptionskoeffizienten α zur Folge hat, der sich als Imaginärteil eines komplexen Brechungsindex darstellen lässt.

Dies kann nun vermieden werden durch interferierende Mehrfachreflexionen an einer Schichtenfolge von Materialien mit relativ kleinen Brechungsindizes. Die Funktionsweise ist in Abb. 2.12 für eine zweilagige, reflektierende Schichtenfolge auf einem Substrat veranschaulicht.

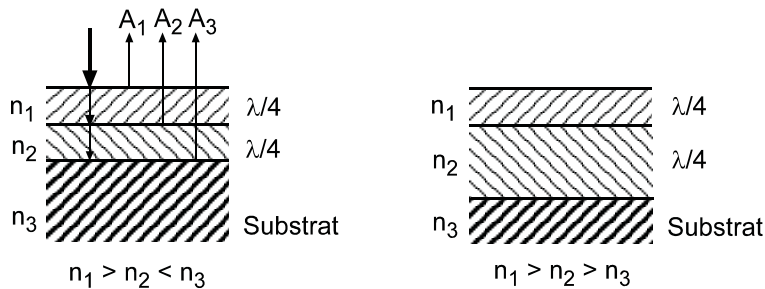


Bild 2.12.: Reflektierende Zweifachbeschichtung auf einem Substrat.

Die Dicken der Beschichtungen werden so gewählt, dass sich die Phasen aller rücklaufenden Teilwellen um Vielfache von 2π unterscheiden. Dabei ist zu berücksichtigen, dass bei der Reflexion am optisch dichteren Medium ein Phasensprung von π auftritt.

Beim Entwurf einer reflektierenden Mehrfachsicht muss man nicht nur auf große Unterschiede der Brechungsindizes achten, sondern auch auf den Wellenlängenverlauf der Brechungsindizes und auf thermische Ausdehnungskoeffizienten. Ersteres ist für die Bandbreite wichtig, zweiteres für eine mechanisch beständige, nicht bröckelnde Beschichtung.

Wellenlänge	SiO ₂	Ta ₂ O ₅	MgF ₂	ZnS	Al ₂ O ₃
488 nm	1,463	2,188	1,379	2,401	1,635
532 nm	1,461	2,174	1,379	2,380	1,631
633 nm	1,457	2,152	1,378	2,348	1,624
1064 nm	1,450	2,117	1,376	2,296	1,615

Tabelle 2.2.: Brechzahlen verschiedener Aufdampfmaterialien.

2.2.2. Stabilität und Eigenfrequenzen von Resonatoren

Neben dem planen Fabry-Perot Resonator unterscheidet man noch zwei weitere Resonatorgrundtypen, den konfokalen und den konzentrischen Resonator. Sie sind in Abb. 2.13 dargestellt. r_1 und r_2 bezeichnen die Krümmungsradien der Spiegel. Ferner sind charakteristische Strahlengänge eingezeichnet. Der Ursprung des Krümmungsradius' liegt beim plan-planen Resonator im unendlichen, beim konfokalen Resonator jeweils auf dem gegenüberliegenden Spiegel und beim konzentrischen Resonator auf einem gemeinsamen Punkt zwischen den Spiegeln.

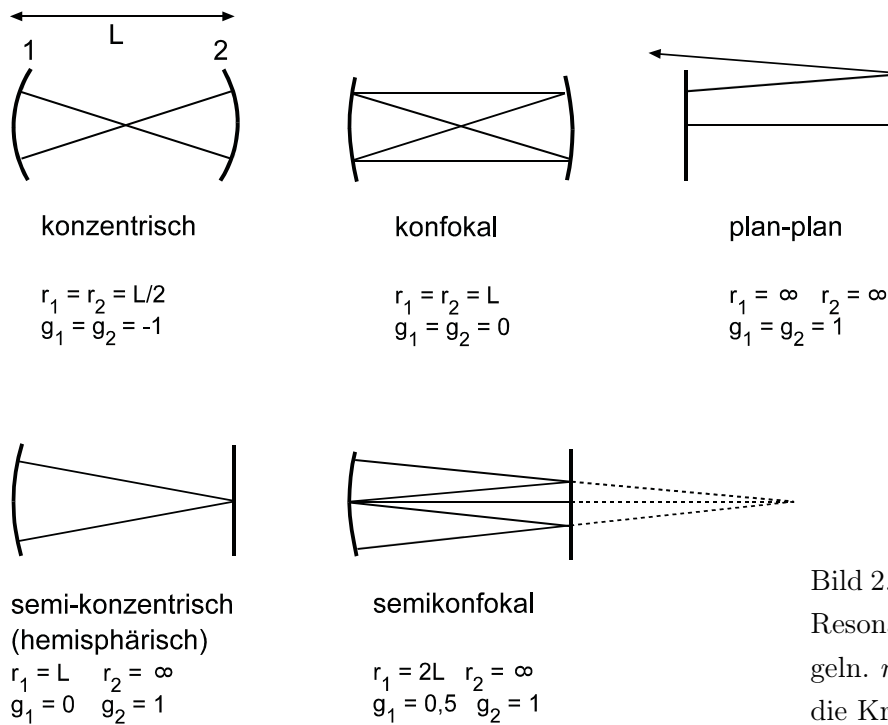


Bild 2.13.: Grundtypen von Resonatoren mit zwei Spiegeln. r_1 und r_2 bezeichnen die Krümmungsradien.

Zunächst untersuchen wir, welche geometrischen Bedingungen für einen stabilen Betrieb erforderlich sind. Die in Abb. 2.13 gezeigten Anordnungen sind bis auf den semi-konfokalen Typ gegenüber kleinsten Fehljustierungen instabil, was bedeutet, dass der Strahl den Resonator nach endlich vielen Umläufen verlässt. Besonders deutlich wird dies beim plan-planen Resonator.

Abb. 2.14 zeigt eine allgemeine Resonatoranordnung. Spiegel der Krümmungsradien r_1 und r_2 seien im Abstand L aufgestellt, wobei sich die Spiegelpositionen z_1, z_2 auf die Position der Strahltaile der Gaußschen Grundmode bei $z_0 = 0$ beziehen. Es gilt nun, die möglichen Abstände $L = z_2 - z_1$ zu finden, bei denen mit gegebenen Spiegelkrümmungen der Resonator stabil ist.

An den Resonatorspiegeln müssen die Wellenfrontradien gleich den Spiegelkrümmungen sein, d.h.

$$\begin{aligned}
R(z_1) &= z_1 + \frac{z_R^2}{z_1} = -r_1 \\
R(z_2) &= z_2 + \frac{z_R^2}{z_2} = r_2
\end{aligned} \tag{2.50}$$

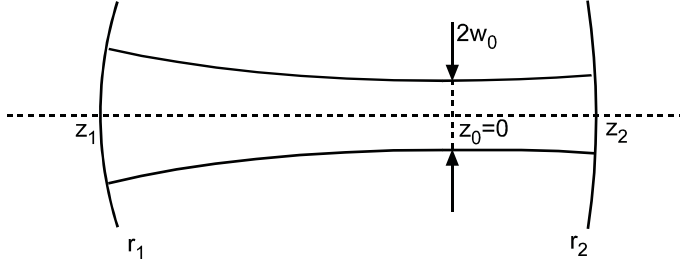


Bild 2.14.: Allgemeine Resonatoranordnung.

Es ist zweckmässig, die sogenannten g -Faktoren zu definieren, um die Resonatorgeometrie zu parametrisieren

$$g_1 = 1 - \frac{L}{r_1}, \quad g_2 = 1 - \frac{L}{r_2}. \tag{2.51}$$

Die g -Faktoren der Resonatorgrundtypen sind in Abb. 2.13 mit angegeben. Die Rayleighlänge und die Abstände der Spiegel von der Strahltaile als Funktion der g -Faktoren lauten

$$z_R^2 = \frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2} L^2, \tag{2.52}$$

$$z_1 = \frac{g_2 (1 - g_1)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)} L, \tag{2.53}$$

$$z_2 = \frac{g_1 (1 - g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)} L. \tag{2.54}$$

Mit Gln. (2.17) und (2.20) können wir nun die Radien der Taille und des Strahls an den Spiegeln berechnen

$$w_0^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_1 g_2 (1 - g_1 g_2)}{(g_1 + g_2 - 2g_1 g_2)^2}}, \quad \text{Strahltaile} \tag{2.55}$$

$$w_1^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_2}{g_1 (1 - g_1 g_2)}}, \quad \text{Modengröße an Spiegel 1} \tag{2.56}$$

$$w_2^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{g_1}{g_2 (1 - g_1 g_2)}}. \quad \text{Modengröße an Spiegel 2} \tag{2.57}$$

Ein Resonator ist stabil, wenn diese Gleichungen real und endlich sind, woraus sich die Ungleichungen

$$0 \leq g_1 \cdot g_2 < 1 \tag{2.58}$$

ableiten. Diese wichtigen Stabilitätsbedingungen lassen sich in einem Diagramm wie in Abb. 2.15 darstellen.

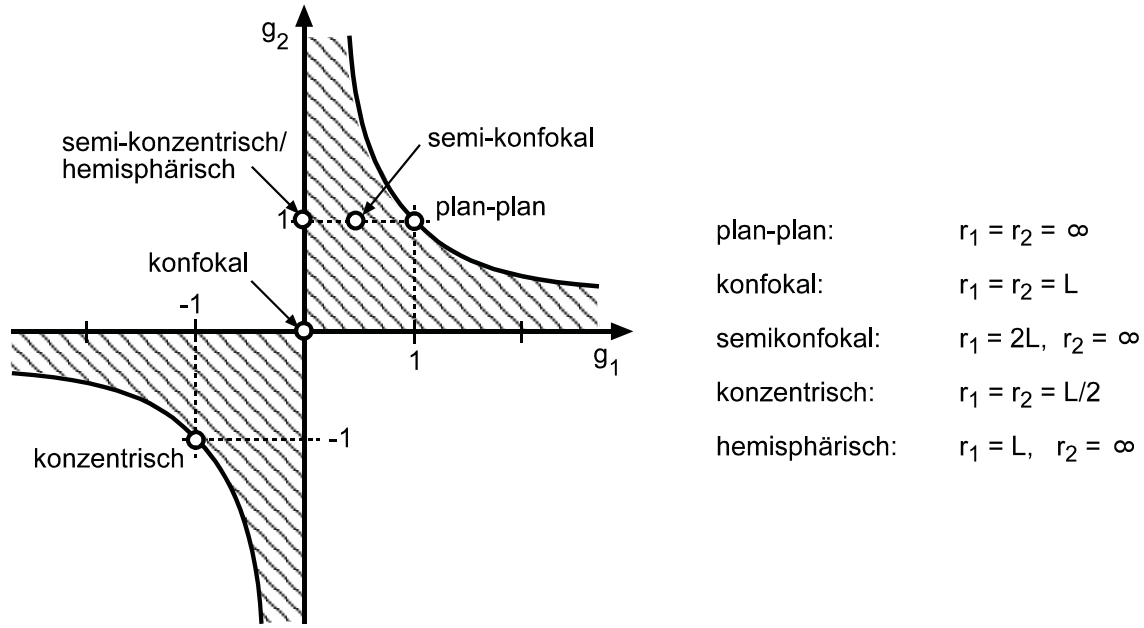


Bild 2.15.: Stabilitätsdiagramm für Resonatoren mit zwei Spiegeln. Das Produkt der g -Faktoren stabiler Resonatoren liegt im schraffierten Bereich (Stabilitätsbereich).

Da die Produkte der g -Faktoren der Grundtypen konfokal, konzentrisch und hemisphärisch genau auf den Grenzlinien des Stabilitätsdiagramms liegen, werden in der Regel die Längen dieser Typen etwas einer stabilen Anordnung entsprechend angepasst. Diese Anpassung erfolgt einfach dadurch, dass der Spiegelabstand etwas verändert wird.

Nehmen wir als Beispiel einen konzentrischen Resonator mit $L = 2r \Rightarrow g = -1$. Wir müssen den Resonator etwas verkürzen, $L = 2r - \Delta L$, um einen g -Faktor im stabilen Bereich zu erhalten, $g = -1 + \Delta L/r$.

Der Resonatortyp wird anhand der Anforderungen an das Modenvolumen, Strahlgröße, etc gewählt. Ein nah-planarer Resonator hat ein großes Modenvolumen über seine gesamte Länge und ist sehr justageanfällig. Deshalb wird er für Laserresonatoren selten gewählt. Im nah-konfokalen Typ ist das Modenvolumen sehr klein mit geringen Beugungsverlusten und der Resonator ist recht einfach zu justieren. Im konzentrischen und im hemisphärischen Resonator ist der Modenradius an den gekrümmten Spiegeln groß, die Strahlteile hingegen, die beim hemisphärischen Typ am planen Spiegel liegt, klein. Der nah-hemisphärische Resonator wird sehr häufig gewählt. Er vereint einen kleinen Ausgangsstrahl mit einer für die Ausleuchtung des aktiven Mediums angenehm großen resonatorinternen Mode und ist im Gegensatz zum konzentrischen Resonator relativ einfach zu justieren. Durch Translation eines der Spiegel kann der Modendurchmesser im Resonator leicht eingestellt werden, und häufig genügt für die Justage der Strahlgröße eine radiale Positionsänderung des gekrümmten Spiegels, was technisch leichter zu realisieren ist als eine Verkipfung.

Die Modengröße bei der Strahlgröße und bei den Spiegeln wollen wir nun veranschaulichen.

Wir betrachten symmetrische Resonatoren, so dass gilt $g_1 = g_2 =: g$. Damit vereinfachen sich die Gln. 2.55 bis 2.57 zu

$$w_0^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{1+g}{4(1-g)}} , \quad (2.59)$$

$$w_{1,2}^2 = \frac{L\lambda}{\pi} \sqrt{\frac{1}{1-g^2}} . \quad (2.60)$$

Diese Kurven sind in Abb. 2.16 dargestellt.

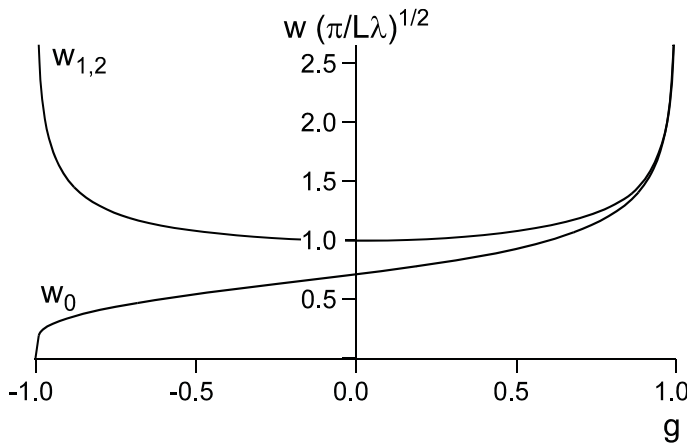


Bild 2.16.: Modenradien w_0 in der Strahltaile und $w_{1,2}$ bei den Spiegeln eines symmetrischen Resonators in Abhängigkeit des g -Parameters.

Neben diesen geometrischen Überlegungen sind die Eigenfrequenzen der Resonatoren wichtig, da sie von Einfluß darauf haben, wie leicht höhere Gaußmoden angeregt werden können. Wir werden sehen, dass die Resonanzfrequenzen dem einfachen planparallelen Fabry-Perot Resonator verschoben sind je nach Mode und spezieller Resonatorart.

Wir folgen zunächst einer Argumentation, die Schawlow und Townes bereits 1958 eingeführt haben, und betrachten zunächst einen vollständig verspiegelten Quader, der einem dreidimensionalen planparallelen Fabry-Perot Resonator entspricht. Das Volumen sei $a \times a \times L$ mit $L \gg a$. Wegen der Randbedingungen sind die Komponenten des Wellenvektors quantisiert,

$$\frac{\omega^2}{c^2} = k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 , \quad \text{mit} \quad k_x = m \frac{\pi}{a}, \quad k_y = p \frac{\pi}{a}, \quad k_z = q \frac{\pi}{L} , \quad (2.61)$$

und die Eigenfrequenzen lauten

$$\nu_{m,p,q} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{p}{a}\right)^2 + \left(\frac{q}{L}\right)^2} \quad (2.62)$$

$$\stackrel{q \gg m,p}{\approx} \frac{c}{2L} \left(q + \frac{m^2 + p^2}{2q} \frac{L^2}{a^2} \right) . \quad (2.63)$$

Man sieht, dass die Resonanzfrequenzen nicht nur von der Longitudinalmodenordnung q abhängen, sondern auch von den Transversalmodenordnungen m und p . Im Falle der Grundmode mit $m = p = 0$ erhält man den bekannten longitudinalen Modenabstand $\Delta\nu = c/2L$ für das einfache Fabry-Perot Interferometer.

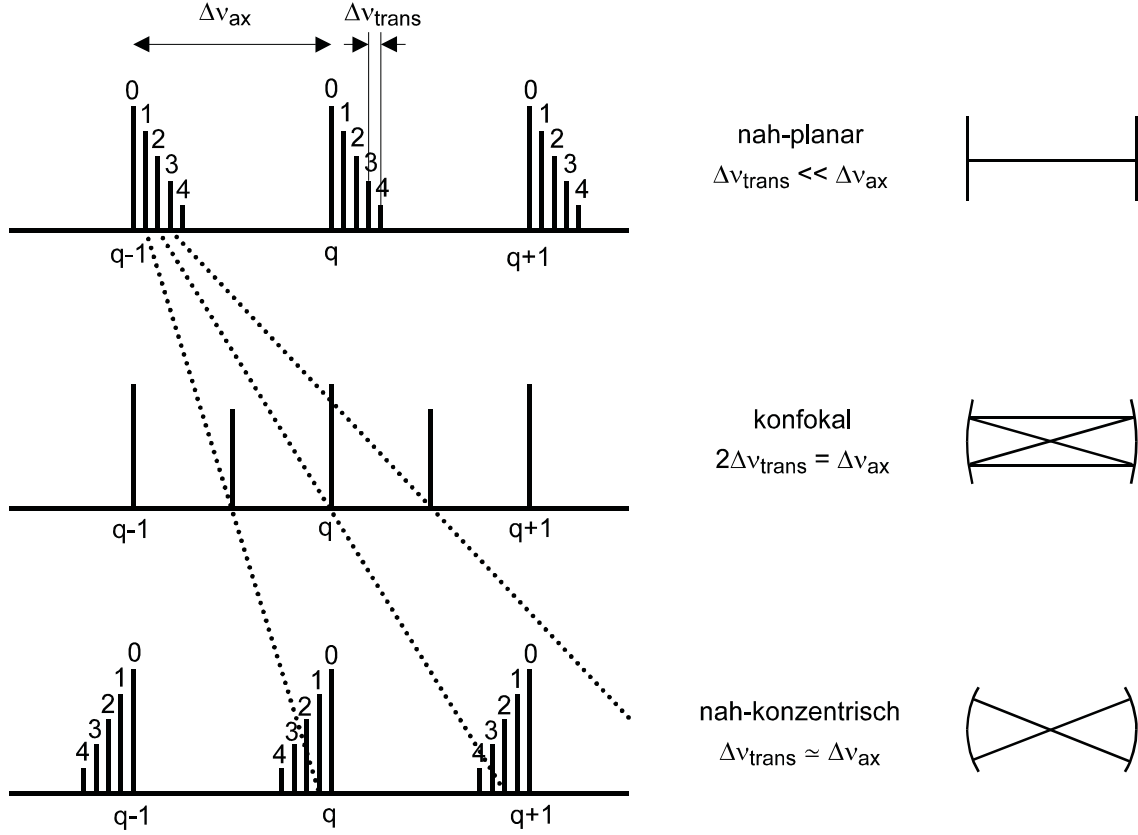


Bild 2.17.: Resonanzspektren verschiedener Resonatoren in Abhängigkeit von der longitudinalen Modenzahl q und von den transversalen Modenzahlen $m + p = 0, \dots, 4$.

Im allgemeinen Fall eines Resonators mit zwei Spiegeln der Krümmungsradien r_1 und r_2 im Abstand L müssen zur Berechnung der Resonanzfrequenzen die Gaußmoden verwendet werden. Die Rechnung ist umfangreich, hier sei nur das Ergebnis angegeben

$$\nu_{m,p,q} = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{1}{\pi} (m + p + 1) \cdot \arccos \pm \sqrt{\left(1 - \frac{L}{r_1}\right) \left(1 - \frac{L}{r_2}\right)} \right) \quad (2.64)$$

$$\equiv \frac{c}{2L} \left(q + \frac{1}{\pi} (m + p + 1) \cdot \arccos \pm \sqrt{g_1 g_2} \right), \quad (2.65)$$

wobei das Vorzeichen im \arccos gleich der Vorzeichen von g_1 und g_2 ist (die bei stabilen Resonatoren entweder beide positiv oder beide negativ sind). Die Resonanzspektren verschiedener Resonatoren sind in Abhängigkeit von der longitudinalen Modenzahl q und von den transversalen Modenzahlen $m + p$ in Abb. 2.17 dargestellt.

Für die Gaußsche Grundmode mit $m = p = 0$ hängen die Frequenzen ν_q der axialen Moden nur von der Resonatorlänge L ab. Die Frequenzen der höheren Transversalmoden sind dazu verschoben. Ein besonderer Fall ist der konfokale Resonator, bei dem mit

$$\nu = \frac{c}{2L} \left(q + \frac{1}{2} (m + p + 1) \right) \quad (2.66)$$

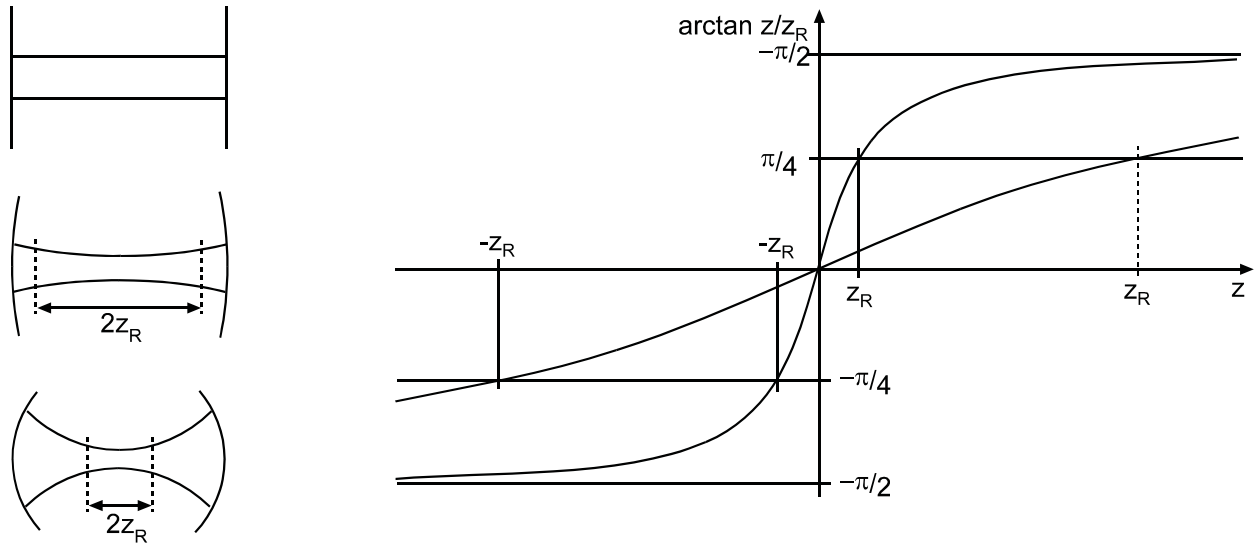


Bild 2.19.: Resonatoren mit kleinen Krümmungsradien haben Eigenmoden mit kleinem konfokalen Parameter $2z_R$ bzw. Rayleigh-Parameter z_R . In der Abbildung ist zusätzlich der Verlauf der \arctan -Funktion skizziert.

einen Gaußschen Strahl, beschrieben durch Gl. 2.17 und Gl. 2.18, kann eine Modenanpassung mit einer dünnen Linse der Brennweite $f > f_0$ durchgeführt werden, wenn die Taillen w_1 und w_2 bekannt sind. Dabei ist $f_0 = \pi w_1 w_2 / \lambda$. Die Linse ist dann in den Abständen

$$\begin{aligned} d_1 &= f \pm \frac{w_1}{w_2} \sqrt{f^2 - f_0^2} & \text{und} & & (2.67) \\ d_2 &= f \pm \frac{w_2}{w_1} \sqrt{f^2 - f_0^2} \end{aligned}$$

von den Taillen aufzustellen.

2.3. Kohärenzeigenschaften von Laserlicht (Ergänzungskapitel)

Eine wichtige, die Laserstrahlung charakterisierende Größe ist die Kohärenz. Bewegt man einen der Spiegel in einem Michelson Interferometer wie in Abb. 2.20, beobachtet man Interferenz in Form einer Vergrößerung und Abnahme der Intensität. Im besten Falle, und bei Verwendung eines 50% Strahlteilers, ist eine vollständige Auslöschung möglich, d.h. Rückreflexion in den Eingangskanal. Die Interferenz ist eine Funktion der Feldstärke, die positives und negatives Vorzeichen annehmen kann. Nur dadurch kann es zwischen zwei Lichtstrahlen gleicher Amplitude, Polarisierung, Frequenz und vollständigem räumlichen Überlapp bei einer relativen Phase von π zu vollständiger Auslöschung kommen.

Die Kohärenz wird quantifiziert durch die Kohärenzfunktion, die wir hier als normierte Korrelationsfunktion einführen wollen. Die komplexe zeitliche Korrelationsfunktion der Feld-

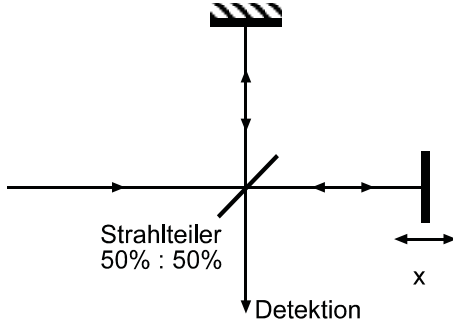


Bild 2.20.: Schematischer Aufbau eines Michelson Interferometers.

stärke E berechnet sich aus

$$\Gamma(\tau) = \langle \vec{E}^*(\vec{x}, t) \vec{E}(\vec{x}, t + \tau) \rangle , \quad (2.68)$$

und normiert,

$$\gamma(\tau) = \frac{\Gamma(\tau)}{\Gamma(0)} . \quad (2.69)$$

Es gilt $0 \leq |\gamma(\tau)| \leq 1$. Der Wert 1 kennzeichnet vollständige Kohärenz. Für Zeiten $\tau = 0$ ist die normierte Kohärenzfunktion stets 1, unabhängig von der Quelle des Lichtes. Eine inkohärente Quelle zeichnet sich dadurch aus, dass der Betrag der Kohärenzfunktion mit zunehmendem τ schnell abfällt. Den Zeitraum $\tau = t_k$, innerhalb dessen γ auf einen bestimmten Wert (typischerweise $1/2$) abfällt, bezeichnet man als Kohärenzzeit. Er ist definiert über

$$t_k = \int |\gamma(\tau)|^2 d\tau . \quad (2.70)$$

Die Kohärenzlänge ist durch die Strecke gegeben, die das Licht während der Zeit t_k durchläuft,

$$l_k = c t_k . \quad (2.71)$$

Beispiel 2.4 Eine ideale Laserquelle emittiert ein Feld $E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$. Die Kohärenzfunktion berechnet sich zu $\Gamma(\tau) = \langle e^{i\omega t} e^{-i\omega(t+\tau)} \rangle = e^{-i\omega\tau}$. Wegen $\Gamma(0) = 1$ gilt $\Gamma(\tau) = \gamma(\tau)$. Es ist also $|\gamma(\tau)| = 1$ für alle τ .

Beispiel 2.5 Ein idealer Laser emittiert Licht mit sinusförmiger Amplitude, dessen Phase für beliebig lange Zeiten zusammenhängend ist mit $\phi(t) = \omega t$. In einem realen Laser jedoch treten stochastisch Phasensprünge auf. In einem Helium-Neon-Laser ist die Phase im Mittel für 10^{-8} s konstant. Diese Zeit entspricht der Kohärenzzeit t_k bzw. der Kohärenzlänge $l_k = c t_k \approx 3$ m.

Wir können diese Definitionen auf das Michelson Interferometer anwenden. Ist die Intensität in den beiden Teilarmen gleich und haben die beiden Teilwellen die Laufzeitdifferenz τ , wird am Detektor folgende Intensität gemessen¹

$$I(\tau) = \langle |E(t) + E(t+\tau)|^2 \rangle = \langle |E(t)|^2 \rangle + \langle |E(t+\tau)|^2 \rangle + \text{Re}\{\langle E^*(t) E(t+\tau) \rangle\} , \quad (2.72)$$

¹wobei wir der Übersichtlichkeit halber skalare Größen schreiben.

also das Quadrat der Summe der *Amplituden* der beiden Teilstrahlen. Ist $I_0 = E^2(0) = \Gamma(0)$ die Intensität aus einem Einzelarm bei Verwendung eines 50 %-Strahlteilers, können wir schreiben:

$$I(\tau) = 2I_0(1 + \operatorname{Re}\{\gamma(\tau)\}) , \quad (2.73)$$

Die Intensität variiert also zwischen null und dem vierfachen der Intensität aus einem einzelnen Arm ².

Beispiel 2.6 Die komplexe Kohärenzfunktion einer idealen Laserquelle ist $\gamma(\tau) = e^{-i\omega\tau}$. Teilt man einen idealen Laserstrahl in einem Michelsoninterferometer in gleiche Teile auf, ergibt sich für die normierte, detektierte Intensität als Funktion der Längenänderung $\Delta x = c\tau$ eines Teilarmes $I(\Delta x) = 2I_0(1 + \cos(k\Delta x))$, wobei I_0 die Intensität aus einem Arm ist.

Wir wollen nun Kohärenzfunktion und Signal im Michelsoninterferometer für eine klassische Lichtquelle besprechen. Der Feldverlauf einer klassischen Lichtquelle entspricht einer exponentiell gedämpften harmonischen Schwingung mit

$$E(t) = \begin{cases} e^{-t/t_k} e^{-i\omega t} & , t \geq 0 \\ 0 & , t < 0 \end{cases} \quad (2.74)$$

so dass für die Kohärenzfunktion folgt

$$\Gamma(\tau) = e^{-\tau/t_k} e^{i\omega\tau} = \gamma(\tau) . \quad (2.75)$$

Das Detektorsignal brechnet sich damit zu

$$\frac{I(\tau)}{2I_0} = 1 + e^{-\tau/t_k} \cos(\omega\tau) \quad \text{bzw.} \quad \frac{I(\Delta x)}{2I_0} = 1 + e^{-\Delta x/l_k} \cos(k\Delta x) . \quad (2.76)$$

Diese Ergebnisse sind in Bild 2.21 dargestellt.

Bis hier haben wir die zeitliche Kohärenz betrachtet, da beide Teilstrahlen im Interferometer der gleichen (Punkt-)Quelle entstammten und lediglich ein Laufzeitunterschied bestand. Wir können den Kohärenzbegriff jedoch auch auf zwei Quellen an verschiedenen Orten anwenden und damit einen räumlichen Kohärenzbegriff definieren. Angenommen, man beobachtet am Ort \vec{x} die Interferenz zweier Lichtstrahlen gleicher Farbe und Polarisierung, die den Orten \vec{x}_1 und \vec{x}_2 entstammen, dann gilt für die Gesamtamplitude

$$E(\vec{x}, t) = E_1(\vec{x}_1, t - l_1/c) + E_2(\vec{x}_2, t - l_2/c) , \quad (2.77)$$

wobei l_1/c und l_2/c die Laufzeiten sind und angenommen wurde, dass $l_1, l_2 \gg |\vec{x}_1 - \vec{x}_2|$ gilt. Für stationäre Felder können wir nun schreiben

$$I(\vec{x}) = \langle |E_1(\vec{x}_1, t - l_1/c)|^2 \rangle + \langle |E_2(\vec{x}_2, t - l_2/c)|^2 \rangle + 2\operatorname{Re}\{ \langle E_1^*(\vec{x}_1, t - l_1/c) E_2(\vec{x}_2, t - l_2/c) \rangle \} . \quad (2.78)$$

²Die maximale Intensität aus einem Einzelarm ist 25 % der Intensität des Eingangsstrahls bei Verwendung eines 50% Strahlteilers. Jeder Teilstrahl durchläuft den Strahlteiler zweimal!

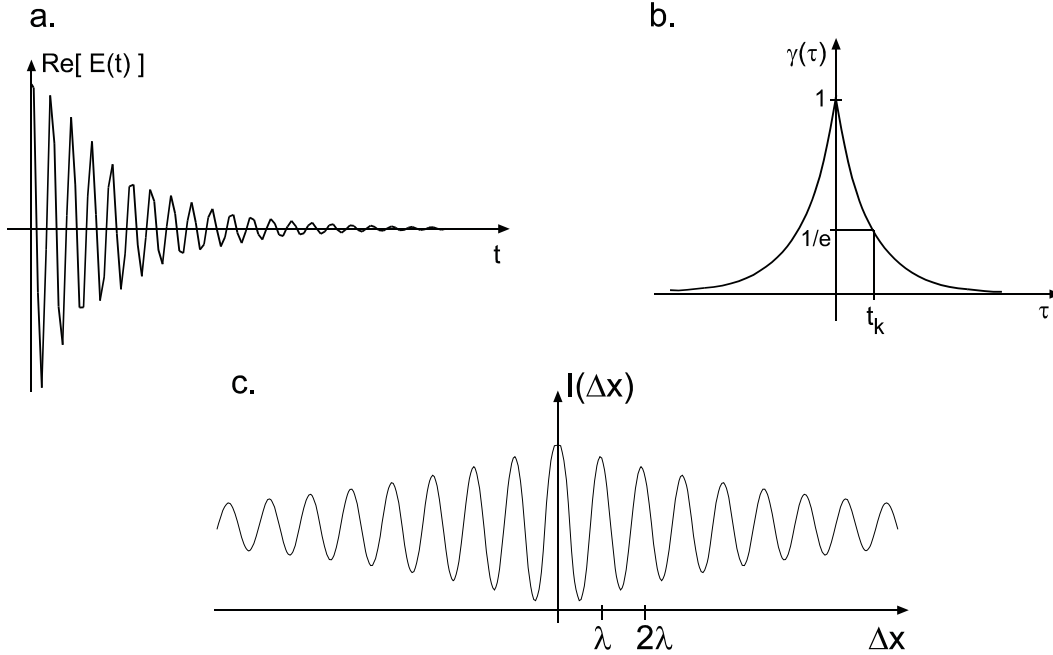


Bild 2.21.: Feldverlauf (a.), Kohärenzfunktion (b.) und Signal im Michelsoninterferometer (c.) für einen klassischen Emittor.

Beispiel 2.7 Die Größe des „Interferenzterms“ in Gl. (2.78) hängt nicht nur von den Kohärenzeigenschaften ab sondern auch vom räumlichen Überlapp. Für guten Kontrast müssen deshalb die beiden Strahlen sorgfältig überlagert werden. Dies kann z.B. in einer monomodigen Faser geschehen, die zwar Verluste verursacht, aber dafür perfekte Modenanpassung und -überlagerung erzwingt.

Im Bezugssystem, das um l_1/c zeitdilatiert ist, und mit $\tau = l_2/c - l_1/c$ wird Gl. (2.78) zu

$$I(\tau) = I_1 + I_2 + 2\text{Re}\{\Gamma_{12}(\tau)\} , \quad (2.79)$$

mit $I_{1,2} = \langle |E_{1,2}(x_{1,2}, t)|^2 \rangle$ und $\Gamma_{12}(\tau) = \langle E_1^*(x_1, t) E_2(x_2, t + \tau) \rangle$. Hieraus berechnet man den komplexen, normierten Kohärenzgrad zu

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}} . \quad (2.80)$$

Ein experimentelles Maß für die Kohärenz ist der Kontrast (engl. fringe visibility)

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} . \quad (2.81)$$

Mit Gl. (2.79) ergibt sich

$$V = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |\gamma_{12}(\tau)| . \quad (2.82)$$

Diese Gleichung gilt bei der Betrachtung von räumlicher wie zeitlicher Kohärenz (die sich ja durch Wahl eines entsprechend dilatierten Bezugssystems ineinander überführen lassen).

Bild 2.22 zeigt den maximal möglichen Kontrast in Abhängigkeit vom Reflexionsgrad des Strahlteilers, wobei wir wieder Bezug genommen haben auf die Michelson-Interferometeranordnung in Bild 2.20. Man sieht, dass der maximal mögliche Kontrast von 100 % die Verwendung eines 50 % Strahlteilers erfordert.

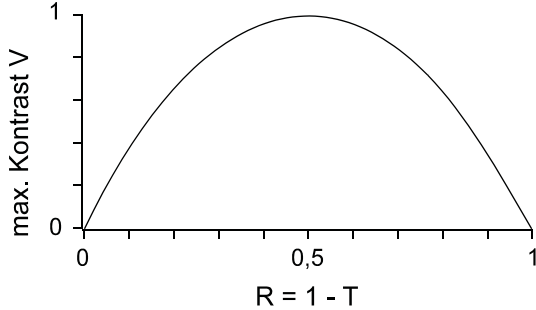


Bild 2.22.: Der maximale Kontrast in Abhängigkeit vom Reflexionsgrad R des Strahlteilers. Die Transmission ist $T = 1 - R$, d.h. Absorption ist vernachlässigt.

2.4. Abbildung Gaußscher Strahlen, ABCD-Matrizen (Ergänzungskapitel)

Um die Propagation von Licht durch optische Medien zu beschreiben, bedient man sich eines Matrixformalismus, der sich sehr anschaulich innerhalb der geometrischen Optik entwickeln lässt, und der auch auf Gaußsche Strahlen anwendbar ist.



Bild 2.23.: In der plan-geometrischen Optik ist ein Strahl charakterisiert durch den Abstand von der Achse und die Steigung. Für Gaußsche Strahlen wählt man meistens für die beiden zusätzlich benötigten Parameter den Strahldurchmesser w und den Krümmungsradius R .

Wir betrachten einen Lichtstrahl in paraxialer Näherung, wie in Abb. 2.23 skizziert, der sich in z -Richtung ausbreitet und durch den Abstand $r(z)$ von der Achse und die Steigung $r'(z)$ charakterisiert ist. Paraxiale Näherung heißt hier, dass die Steigung klein ist,

$$r'(z) = \tan \theta \approx \theta. \quad (2.83)$$

Man beschreibt nun die Ausbreitung des Strahls durch die Anwendung einer 2×2 Matrix auf den zweikomponentigen Vektor $(r(z), r'(z))$. Für die Übertragung im Vakuum von z_1 bis z_2 gilt

$$r(z_2) = r(z_1) + r'(z_1) \cdot (z_2 - z_1) \quad \text{und} \quad r'(z_2) = r'(z_1). \quad (2.84)$$

Eine andere, etwas übersichtlichere Schreibweise ist

$$r_2 = r_1 + r'_1 \cdot (z_2 - z_1) \quad \text{und} \quad r'_2 = r'_1. \quad (2.85)$$

Man kann nun eine Matrix definieren, für die gilt

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix}; \quad \text{also} \quad \begin{matrix} r_2 = Ar_1 + Br'_1 \\ r'_2 = Cr_1 + Dr'_1 \end{matrix}. \quad (2.86)$$

Für die verschiedenen optischen Elemente lassen sich nun die Matrixelemente berechnen, so z.B. für das Beispiel der freien Strecke $z_2 - z_1$

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z_2 - z_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix}. \quad (2.87)$$

Für dünne Linsen gilt die bekannte Beziehung zwischen Brennweite und Fokalfunkten, bzw. für die Steigungen

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad \frac{r_1}{d_1} - \frac{r_1}{d_2} = \frac{r_1}{f} \quad \Rightarrow \quad r'_2 = r'_1 - \frac{r_1}{f}, \quad (2.88)$$

wie in Abb. 2.24 skizziert.

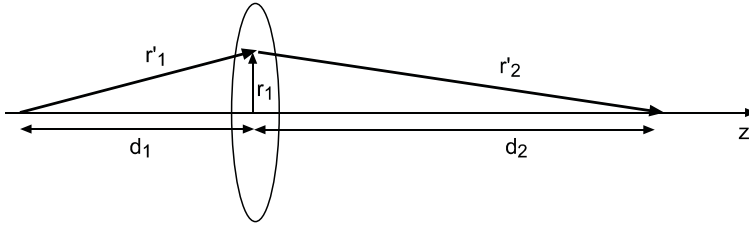


Bild 2.24.: Abbildung eines geometrischen Strahls mit einer Linse.

In Matrix-Schreibweise folgt

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_1 \\ -r_1/f + r'_1 \end{pmatrix}. \quad (2.89)$$

In der Linse ändert sich also die Ausbreitungsrichtung entsprechend der Brennweite f .

Der große Vorteil dieser Beschreibung liegt in der einfachen Kombinierbarkeit verschiedener Elemente. Durchläuft der Strahl z.B. eine Linse mit Brennweite f und danach eine freie Strecke d , berechnet sich die Gesamtmatrix zu

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - d/f & d \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.90)$$

d.h. die Matrizen aufeinanderfolgender optischer Elemente werden von rechts nach links multipliziert.

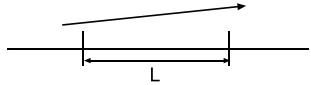
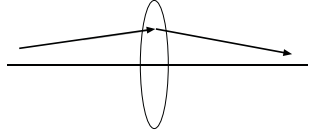
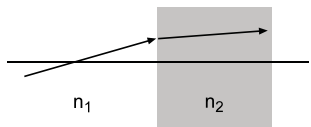
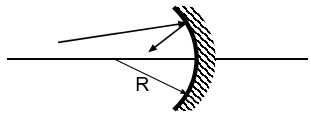
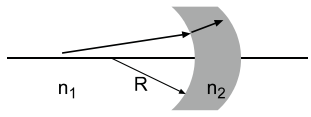
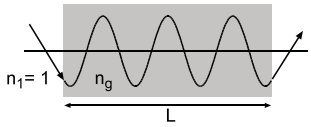

freie Strecke L	$\begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	
dünne Linse mit Brennweite f	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix}$	
planer Übergang zwischen Medien mit Brechungs- indizes n_1 und n_2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & n_1/n_2 \end{pmatrix}$	
gekrümmter Spiegel	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R & 1 \end{pmatrix}$	
gekrümmter Übergang zwi- schen Medien mit Brechungs- indizes n_1 und n_2	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_2-n_1}{n_2 R} & \frac{n_1}{n_2} \end{pmatrix}$	
GRINlinse mit Brechungsindex $n = n_0 - \frac{1}{2}n_2 r^2$	$\begin{pmatrix} \cos\left(L\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\right) & \sqrt{\frac{1}{n_0 n_2}} \sin\left(L\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\right) \\ \sqrt{n_0 n_2} \sin\left(L\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\right) & \cos\left(L\sqrt{\frac{n_2}{n_0}}\right) \end{pmatrix}$	
Gaussblende mit Transmissions- profil $T(r) = T_0 e^{-r^2/a^2}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 \frac{i\lambda}{\pi a} & 1 \end{pmatrix}$	

Tabelle 2.3.: ABCD Matrizen für einige optische Grundelemente.

Die Beschreibung der Strahlpropagation mit Matrizen lässt sich direkt auf Gaußsche Strahlen übertragen. In Kap. 2.1 hatten wir gesehen, dass der komplexe Strahlparameter

\tilde{q} die gesamte Information über einen Gaußschen Strahl enthält

$$\frac{1}{\tilde{q}} = \frac{1}{R} - i \frac{\lambda}{\pi w^2} . \quad (2.91)$$

Der komplexe Strahlparameter nach Durchlaufen eines optischen Systems berechnet sich zu

$$\tilde{q}_2 = \frac{A\tilde{q}_1 + B}{C\tilde{q}_1 + D} . \quad (2.92)$$

Diese Gleichung kann nach Strahlradius w und Krümmungsradius R aufgelöst werden

$$w_2 = \sqrt{\frac{A^2 R_1^2 w_1^4 + 2ABR_1 w_1^4 + B^2(\kappa^2 R_1^2 + w_1^4)}{R_1^2 w_1^2 (AD - BC)}} \quad (2.93)$$

$$R_2 = \frac{A^2 R_1^2 w_1^4 + 2ABR_1 w_1^4 + B^2(\kappa^2 R_1^2 + w_1^4)}{AR_1 w_1^4 (CR_1 + D) + B(CR_1 w_1^4 + D(\kappa^2 R_1^2 + w_1^4))} \quad (2.94)$$

wobei wir die Abkürzung $\kappa = \lambda/\pi$ verwendet haben. Diese Gleichungen werden in Rechnerprogrammen für die Gaußsche Strahlpropagation verwendet.

Es ist eigentlich erstaunlich, dass dieselben Matrizen für die geometrischen Parameter r und r' und für die Gaußschen Parameter w und R verwendet werden können, obwohl diese ja völlig unterschiedlich definiert sind. Die entsprechende Herleitung ist auch sehr aufwändig und soll hier nicht nachvollzogen werden.

3. Spezielle Laser

Bereits kurz nach der Entwicklung des ersten Lasers 1960, eines gepulsten Rubinlasers, wurde Lasertätigkeit in Gasen, Festkörpern, Halbleitern und Flüssigkeiten beobachtet. Abb. 3.1 zeigt eine Auswahl wichtiger Lasertypen im Spektralbereich von 100 nm bis 100 μm .

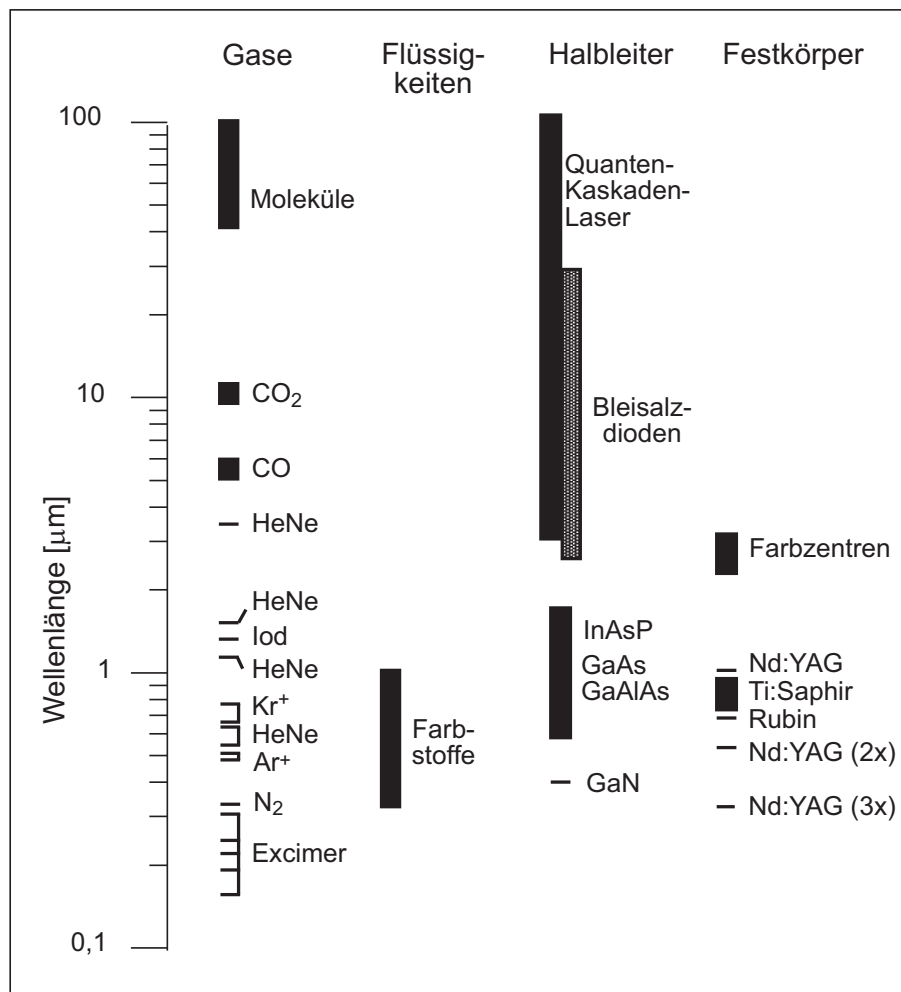


Bild 3.1.: Wichtige Lasertypen im Spektralbereich von 100 nm bis 100 μm . 2x und 3x bedeuten frequenzverdoppeltes bzw. -verdreifachtes Licht.

3.1. Gaslaser

In Tab. 3.1 sind die wichtigsten Lasertypen aufgeführt, die gasförmige Verstärkungsmedien verwenden. Heliumneonlaser, Argon-/Kryptonionenlaser, CO₂-Laser und Excimerlaser werden in diesem Kapitel ausführlicher besprochen. Die Kupferdampf- und Golddampfaser wollen wir der Vollständigkeit halber hier kurz erwähnen. Diese Laser erreichen hohe mittlere Leistungen von einigen W und werden gepulst mit ca. 10 kHz Repetitionsrate und Pulsdauern von etwa 10 ns betrieben.

	LasermEDIUM	Modus	Linien	Leistung
Neutralatome:	HeNe	cw	633 nm	50 mW
			1152 nm	50 mW
			3391 nm	50 mW
	HeCd	cw	442 nm	200 mW
			325 nm	50 mW
	Cu	p	511 nm	60 mW
			578 nm	60 mW
	Au	p	628 nm	9 W
Edelgasionen:	Ar ⁺	cw	514 nm	10 W
			488 nm	5 W
			334 – 364 nm	7 W
	Kr ⁺	cw	647 nm	5 W
			407 nm	2 W
Moleküle:	N ₂	p	337 nm	100 W
	CO	cw	4-6 µm	100 W
	CO ₂	cw	9,2-10,9 µm	10 kW
Excimere:	F ₂ , ArF, KrF XeCl, XeF	p	160-350 nm	250 W

Tabelle 3.1.: Übersicht Gaslaser. Es ist der typische Betriebsmodus Dauerstrich (cw) bzw. gepulst (p) angegeben sowie die maximale Ausgangsleistung bei ausgewählten Linien.

3.1.1. HeNe-Laser

Der wohl bekannteste Laser ist der Helium-Neon-Laser (HeNe-Laser). Er basiert auf Laserübergängen im Neonatom. In einer Glaskapillare wird bei geringem Druck (< 1 mbar) eine Mischung aus Helium und Neon in einer elektrischen Entladung angeregt. Diese Gasentladung wird mit einem Spannungspuls von mehreren kV gezündet und dann durch eine Spannung von etwa 1,5 kV oder höher aufrecht erhalten. Durch Stöße mit Plasmaelektronen werden Heliumatome in den 2^1S_0 - und den 2^3S_1 -Zustand angeregt. Die Heliumatome geben ihre Energie durch inelastische Stöße an Neonatome ab, deren $3s_2$ - und $2s_2$ -Zustände sehr nahe bei den Energieniveaus der Heliumatome liegen (Bild 3.2). Dadurch wird Besetzungsinversion

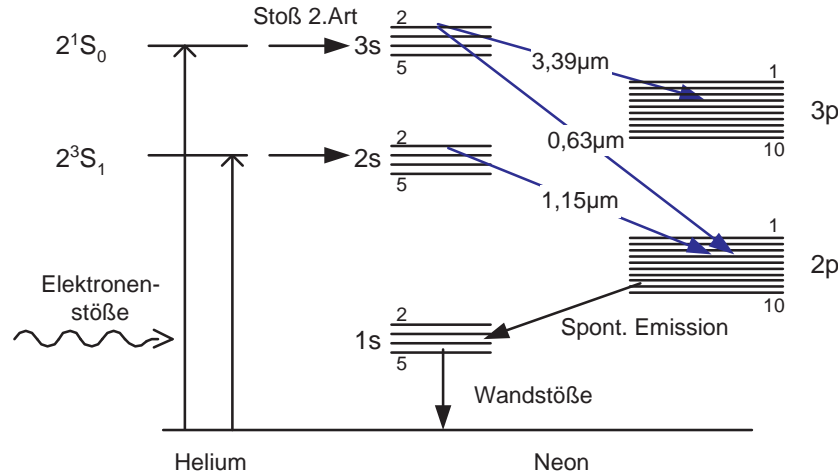


Bild 3.2.: Energieschema von Helium und Neon.

der Neonatome erreicht. Es existiert eine Reihe von strahlenden Übergängen in tieferliegende Zustände, die als Laserübergänge genutzt werden. Die bekanntesten sind

$$\begin{array}{ll}
 3s_2 \rightarrow 3p_4, & \lambda = 3.39 \mu\text{m} \quad (\text{infrarot}) \\
 2s_2 \rightarrow 2p_4, & \lambda = 1.15 \mu\text{m} \quad (\text{infrarot}) \\
 3s_2 \rightarrow 2p_4, & \lambda = 633 \text{ nm} \quad (\text{rot}) \\
 3s_2 \rightarrow 2p_{10}, & \lambda = 543 \text{ nm} \quad (\text{grün}).
 \end{array}$$

Der untere $2p_4$ Laserzustand der 633 nm-Linie zerfällt strahlend weiter in die $1s$ -Niveaus. Bei hohen Gasdrücken wird dieser Zustand durch Strahlungseinfang und bei hohen Stromstärken durch Elektronenstöße teilweise wieder besetzt, was zu einer Verlängerung der effektiven Lebensdauer $\tau_2 \geq 20 \text{ ns}$ des unteren Laserniveaus führt. Die $1s$ -Niveaus gehen schließlich durch Wandstöße in den Grundzustand über.

Bild 3.3 zeigt den Aufbau eines Helium-Neon-Lasers. Der Durchmesser der Glaskapillare beträgt in der Regel nur etwa 1 mm bei einer Länge von mindestens 10 cm. Bei Vergrößerung des Durchmessers sinkt der Wirkungsgrad, da weniger Wandstöße zur Entvölkerung des $1s$ -Niveaus auftreten. Im HeNe-Laser (s. Bild 3.3) wird der Entladungsstrom in der Kapillare

durch einen Vorwiderstand ($R \approx 70 \text{ k}\Omega$) auf einen Strom I mit 5 mA begrenzt. In einfachen Aufbauten wird die Entladungsröhre wie im Bild 3.3 direkt durch Spiegel abgeschlossen, die den Laserresonator bilden. Sollen zusätzliche optische Elemente in den Resonator eingebracht oder dessen Länge geändert werden, wird das Entladungsrohr durch Brewsterfenster abgeschlossen, um zumindest für eine Polarisationsrichtung die Reflexionsverluste zu minimieren. Der optische Resonator wird dann durch zwei justierbare Spiegel gebildet, die in einem stabilen Rahmen befestigt sind.

Die natürliche Linienbreite jedes Übergangs wird durch die Lebensdauern des Anfangs- und des Endzustandes bestimmt. Die Lebensdauer τ ergibt sich mit den Lebensdauern $\tau_1 \approx 10 \text{ ns}$

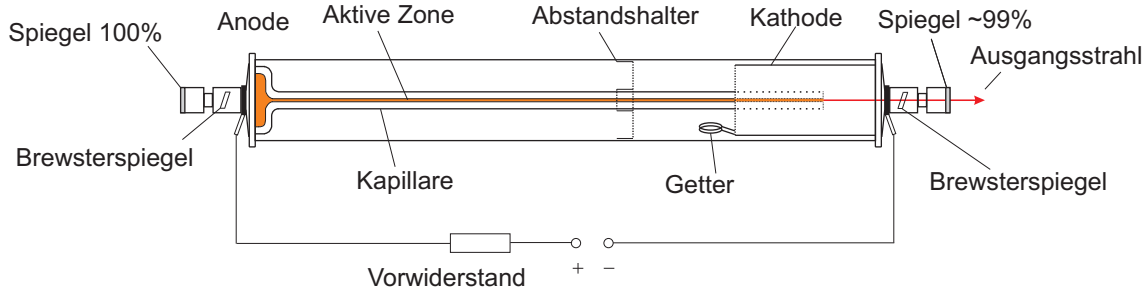


Bild 3.3.: Prinzipaufbau eines Helium-Neon-Lasers.

des $3s$ -Zustandes und $\tau_2 \approx 20$ ns des $2p$ -Zustandes zu

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} \Rightarrow \tau \approx 7 \text{ ns} . \quad (3.1)$$

Damit beträgt die natürliche Linienbreite des 633 nm - Laserübergangs

$$\Delta\nu = \frac{1}{2\pi\tau} \approx 20 \text{ MHz} .$$

Die inhomogene Linienbreite durch die Dopplerverbreiterung beträgt dagegen etwa 1,5 GHz.

Beispiel 3.1 Ein bei 632 nm arbeitender HeNe-Laser habe bei einer Resonatorlänge von 1 m einen freien Spektralbereich von $c/2d = 150$ MHz. Die Dopplerbreite beträgt 1500 MHz und die Breite des Verstärkungsprofils bei der Wellenlänge von 632 nm oberhalb der Schwelle etwa 1200 MHz. Bei Unterdrückung höherer transversaler Moden schwingen 7 bis 8 longitudinale Grundmoden an. Die natürliche Linienbreite beträgt 20 MHz. Eine typische Intensität $I/I_s = 10$ führt zu einer Sättigungsverbreiterung von ca. 30 MHz. Dies ist weniger als der freie Spektralbereich, weshalb es nicht zu signifikanter Modenkonkurrenz (s. Kap. 1.5) kommt.

Einschub: Brewsterplatten zur Unterdrückung einer Polarisationskomponente

In Abb. 3.3 sind Brewsterplatten angedeutet. Sie haben die Funktion, mit Hilfe der von der Polarisation abhängigen unterschiedlichen Transmission das Anschwingen nur einer Polarisationskomponente zu erlauben. Alle transparenten Materialien sind prinzipiell für den Einsatz als Brewsterplatte geeignet, denn es kommt nicht auf eine spezielle Materialeigenschaft oder Beschichtung an, sondern lediglich auf einen Sprung im Brechungsindex (z.B. von 1 in Luft auf 1,45 in Glas). In Abb. 3.4 a) ist gezeigt, wie s- und p-Polarisation definiert sind und wie ein einfallender Strahl geteilt wird in einen reflektierten Teil und in einen im optisch dichteren Medium zum Lot hin gebrochenen, transmittierten Teil. Abb. 3.4 b) zeigt den Verlauf der Reflektivität R in Abhängigkeit des Einfallswinkels für die beiden Polarisationskomponenten. Man sieht, dass es für die p-Komponente, also für die Komponente, bei der das elektrische Feld in der Ausbreitungsebene schwingt, einen Einfallswinkel gibt, bei dem der reflektierte Anteil null wird. Stellt man also ein Fenster unter diesem sogenannten Brewsterwinkel in einen Laserresonator, erfährt die p-Komponente im Gegensatz zur s-Komponente keine Verluste.

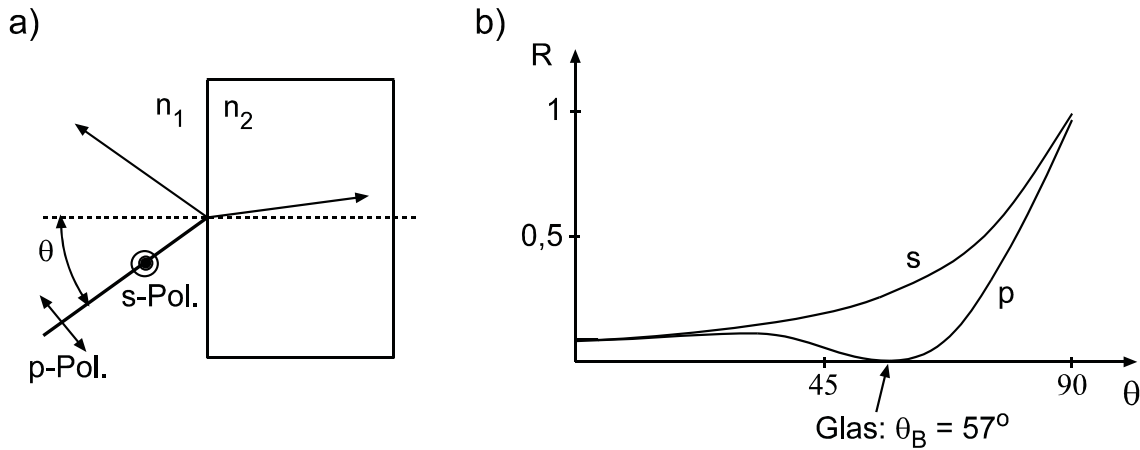


Bild 3.4.: a) Teilreflexion und Transimission an einer Grenzfläche zwischen zwei Materialien mit unterschiedlichem Brechungsindex n . b) Verlauf des Reflexionskoeffizienten R in Abhängigkeit des Einfallswinkels für s- und p-Polarisation. Beim Brewsterwinkel $\theta_B = \arctan n_2/n_1$ ist die Reflexion für die p-Polarisationskomponente null.

3.1.2. Argonionenlaser

Der Argonionenlaser (Ar^+ -Laser) ist einer der wichtigsten Laser für einzelne Linien im grünen, blauen und nah-ultravioletten, und er wird häufig als Pumplichtquelle für Titansaphirlaser und Farbstofflaser verwendet. Wegen seiner sehr hohen Anschaffungs- und Unterhaltungskosten (Stromaufnahme bis zu einigen 10 kW!) wird er jedoch zunehmend von frequenzverdoppelten und -vervielfachten Nd-Lasern und Diodenlasern verdrängt.

In einer Gasentladungsröhre werden Argonatome Elektronenstoß-ionisiert und die Argonionen wiederum in $4p$ -Zustände angeregt. Der $4p-4s$ -Laserübergang spaltet in eine Reihe von Übergängen auf, die in Bild 3.5 dargestellt sind. Die stärksten Übergänge liegen bei 514,5 nm und 488,0 nm. Diese Übergänge teilen zusammen mit drei anderen, schwächeren Übergängen den gleichen unteren Laserzustand. Durch Modenselektion, meistens realisiert durch Einbau eines Brewsterprismas in den Resonator, kann Einlinienbetrieb erreicht werden. Diese Linie ist dann stärker als im Betrieb mit mehreren Übergängen in dasselbe untere Laserniveau.

Im Argonionenlaser ist wegen der hohen Temperaturen der Gasentladung die Dopplerverbreiterung mit 8 – 10 GHz sehr stark. Auch die homogene Linie ist z.B. im Vergleich mit einem Helium-Neon Laser sehr breit aufgrund der starken, langreichweitigen Coulomb-Kräfte zwischen den Ionen. Die Folgen für die Modenkonkurrenz (engl. mode competition, s. Kap. 1.5) werden im folgenden Beispiel abgeschätzt.

Beispiel 3.2 Ein 150 cm langer Resonator eines Argonionenlasers hat einen freien Spektralbereich von 100 MHz. Die Laserlinien sind aufgrund Dopplerverbreiterung und Stoßverbreiterung mit 10 GHz sehr viel breiter als der freie Spektralbereich. Es kommt daher zu starker Modenkonkurrenz, was sich in starken Amplitudenfluktuationen der vielen einzelnen Linien äußert.

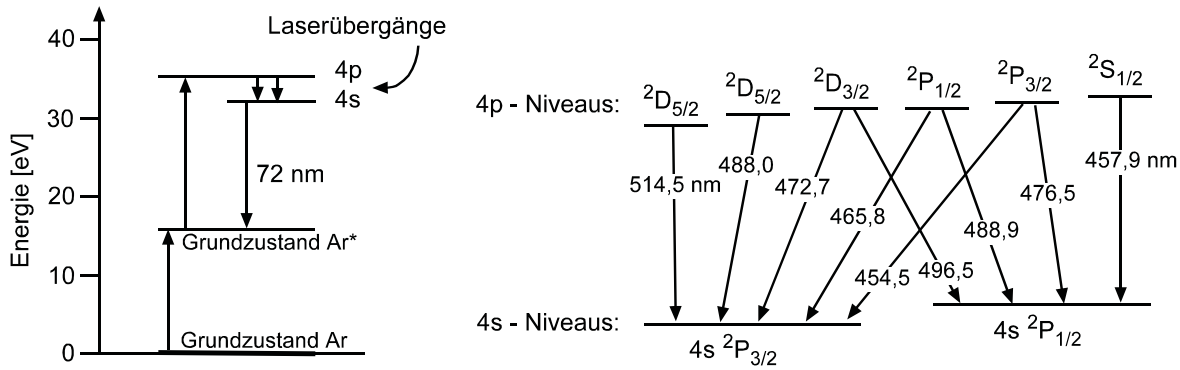


Bild 3.5.: Energieniveaus im Argonionenlaser.

Gründe für die schlechte Effizienz von ca. 0,1 % (optische Leistung zu elektrischer Anschlussleistung) liegen in der energieintensiven Aufrechterhaltung der Ionenkonzentration und im Termschema. Das Ar^+ -Termschema ist ein 3-Niveauschema, und die Energiedifferenz zwischen den Laserniveaus (ca. 500 nm) ist klein gegenüber der Energiedifferenz von unterem Laserniveau zu Grundzustand (ca. 72 nm).

Ein sehr ähnlicher Laser basiert auf der Verwendung von Krypton statt Argon. Dieser ist jedoch noch etwas weniger effizient und kommt nur bei Anwendungen zum Einsatz, die die starke Linie bei 647,1 nm erfordern.

3.1.3. CO_2 -Laser

Einer der wichtigsten Hochleistungslaser für industrielle Anwendungen ist der CO_2 -Laser. Er basiert auf Übergängen zwischen Vibrationsniveaus in CO_2 Molekülen, die angeregt werden durch Stöße mit metastabilen N_2 Molekülen, welche nicht optisch zerfallen können. Die Laserwellenlängen liegen im Infraroten bei 9,6 μm und 10,6 μm . Die Anregung der N_2 Moleküle erfolgt sehr effizient durch Elektronenstöße in einer Gasentladung. Den mit etwa je 10 % gleichkonzentrierten CO_2 und N_2 Molekülen sind etwa 80 % Helium beigemischt, das einerseits zu einer effizienten Stoßabregung des unteren CO_2 Laserniveaus führt und andererseits wegen der erhöhten Wärmeleitfähigkeit die Kühlung verbessert. Im kontinuierlichen Betrieb werden Leistungen bis 100 kW und Wirkungsgrade zwischen 10 und 20 % erreicht. Abb. 3.6 zeigt die wichtigsten für die Lasertätigkeit relevanten Energieniveaus im CO_2 Molekül. Die Übergänge erfolgen zwischen drei verschiedenen Vibrationsmoden, deren Quantenzahlen mit v_1, v_2, v_3 gekennzeichnet sind.

Die einzelnen Vibrationsniveaus sind zusätzlich jeweils in Rotationsniveaus aufgespalten, mit den Energieniveaus

$$E_J = hB_r J(J+1). \quad (3.2)$$

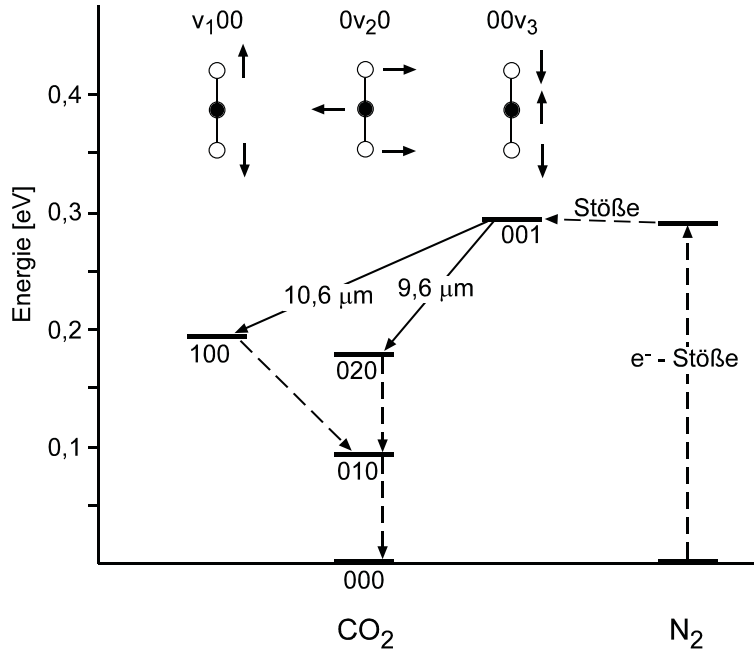


Bild 3.6.: Die wichtigsten für die Lasertätigkeit relevanten Vibrations-Energieniveaus im CO₂ Molekül.

Die Größe B_r ist durch das Massenträgheitsmoment des Moleküls gegeben. Die Rotationsquantenzahl J kann sich um nicht mehr als eine Einheit ändern. Wählt man als Bezug das untere Niveau, kennzeichnen $\Delta J = -1$ (P-Zweig) und $\Delta J = +1$ (R-Zweig) erlaubte Übergänge, $\Delta J = 0$ hingegen ist verboten (Q-Zweig). Die Besetzung der einzelnen Rotationsniveaus folgt einer Boltzmannverteilung

$$N_J \sim (2J + 1) \cdot e^{-\frac{hB_r J(J+1)}{kT}}, \quad (3.3)$$

wobei der Vorfaktor $2J + 1$ den Entartungsfaktor angibt. Nach Ableitung erhält man für das maximal besetzte Niveau

$$J_{max} = \sqrt{\frac{kT}{2hB_r}} - \frac{1}{2}. \quad (3.4)$$

Mit $B_r \approx 13$ GHz und $T = 400$ K ist $J_{max} = 17$. Bei gleichmäßiger Rückkopplung dominiert diese Laserlinie. Zur Selektion einer speziellen Linie ist es wegen der starken Rotationsniveaufspaltung ausreichend, einen der Endspiegel des CO₂-Lasers z.B. durch ein Reflexionsgitter (s. Kap. 4.2) ersetzen. Wegen des relativ schmalen Verstärkungsprofils und der geringen Dopplerbreite von 66 MHz schwingt sogar für Resonatorlängen bis etwa 200 cm nur eine longitudinale Mode an. Das Gitter erlaubt eine Durchstimmung des Lasers über ca 80 verschiedene Linien seiner Vibrations-/Rotationszustände in einem Gesamtwellenlängenbereich von 9,2 μm bis 10,8 μm , bei Verwendung von ¹⁸O- und ¹³C-Isotopen noch etwas mehr.

Bauformen des CO₂-Lasers

Beim Laserbetrieb mit hoher Leistung werden CO₂-Moleküle teilweise dissoziiert und stehen nicht mehr als laseraktives Medium zur Verfügung. Es gibt verschiedene technische Realisierungen zur Vermeidung dieses Nachteils, die wir hier stichwortartig aufführen wollen

- Abgeschlossener Laser (sealed-off CO₂-Laser):
Einsatz in Medizin und Spektroskopie, kleinere Leistung ≤ 10 W. Vorteil: keine Gaspumpe, keine kontinuierliche Gasversorgung. Rückwandlung der Dissoziationsprodukte CO und O₂ durch chemische Methoden.
- Longitudinaler CO₂-Laser mit langsamer axialer Gasströmung:
CO₂-He-N₂-Gemisch mit Gleichstromentladung in axialer Richtung (9% CO₂, 11% N₂, 80% He). Einsatz in der Materialbearbeitung. Wirkungsgrad $\eta \approx 10\%$ (50-80 W/m). Bei höherer Leistung steigt die Temperatur, dadurch erfolgt eine thermische Besetzung des unteren Laserniveaus und die Laserleistung nimmt ab (Kühlung erforderlich).
- Laser mit schneller Gasströmung ($v \leq 300$ m/s):
Vorteile: Gas bleibt kühl; Dissoziationsprodukte werden abgeführt, bei axialer Strömung gute Strahlqualität, bei transversaler Strömung $P > 5$ kW schlechtere Strahlqualität, aber höhere Leistung. Einsatz in der Materialbearbeitung.
- Transversaler Atmosphärendrucklaser (Transversal Excited Atmospheric pressure laser, TEA-Laser):
Erhöhung der Ausgangsleistung von Lasern mit hoher Gasströmung durch Druckerhöhung bis etwa 100 mbar und Spannungserhöhung. Bei höheren Drücken wird die Entladung instabil, bleibt aber im Pulsbetrieb ($\approx 1 \mu\text{s}$) stabil, daher sind Gasdrücke über 1 bar möglich. Feldstärken bis zu 100 kV/m, transversale Anregung. Bei hohen Drücken Vorionisation durch Röntgenstrahlung mit e⁻-Strahlanregung bis 50 bar.

3.1.4. N₂-Laser

Ein Stickstofflaser arbeitet nach dem Prinzip eines 3-Niveau Lasers, s. Bild 3.7. Die Besetzung des oberen Laserniveaus erfolgt durch Elektronenstoß aus dem Grundzustand. Eine Inversion erreicht man jedoch nur für sehr kurze Anregungszeiten < 15 ns, da die Lebensdauer des oberen Laserniveaus nur ca. 40 ns, die des unteren Laserniveaus jedoch 10 ms beträgt. Ein Dauerstrichbetrieb ist daher prinzipiell nicht zu erreichen. Die Impulsfolgefrequenz (Repetitionrate) ist durch die lange Lebensdauer des unteren Laserniveaus auf ca. 100 Hz begrenzt, da nach dem Aussenden des Impulses erst gewartet werden muss, bis die Moleküle wieder im Grundzustand sind. Der Stickstofflaser arbeitet bei einer Wellenlänge von 337,1 nm, also im UV-Bereich.

Stickstofflaser werden manchmal ohne oder mit nur einem reflektierenden Spiegel realisiert. Da somit eine Rückkopplung von Strahlung in das aktive Medium fehlt, ist der Stickstofflaser strenggenommen kein Laser, sondern ein Superstrahler. Ein Superstrahler ist dadurch charakterisiert, dass Licht spontanen Ursprungs in einem einmaligen Durchlauf im aktiven Medium verstärkt wird (amplified spontaneous emission, ASE). Die Strahlformung ist dann eine Folge der Form des aktiven Mediums, welche man entsprechend länglich wählt.

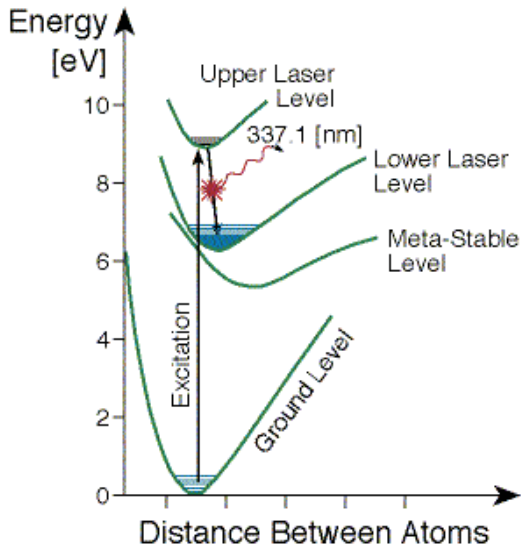


Bild 3.7.: Energieschema des Stickstofflasers.

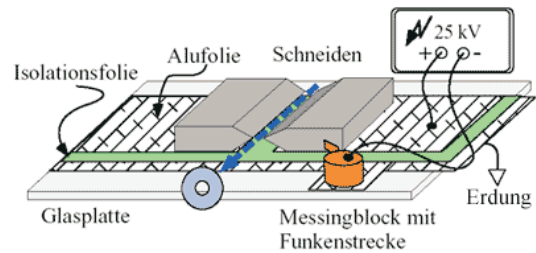


Bild 3.8.: Einfacher Laboraufbau eines Stickstofflasers.

Kommerzielle Stickstofflaser arbeiten üblicherweise mit gereinigtem Stickstoff (99,995 % N_2) bei ca. 100 mbar. Es lassen sich jedoch auch einfache N_2 -Laser selbst bauen (s. Bild 3.8), die unter Luft bei Atmosphärendruck arbeiten (der Stickstoffanteil in der Luft beträgt ca. 78 %).

3.1.5. Excimer-Laser

Das Akronym *Excimer* ist gebildet aus *excited dimer*, wird aber mittlerweile nicht nur für zweiatomige Moleküle (Dimere) sondern allgemein für Moleküle verwendet, die nur in angeregten Zuständen gebunden sind. Genutzt werden Ultraviolett-Übergänge (160 nm - 300 nm) der angeregten Moleküle in den Grundzustand, der zwei ungebundenen Atomen entspricht. Das Schema ist in Bild 3.9 dargestellt. Die angeregten Moleküle entstehen durch Stöße von

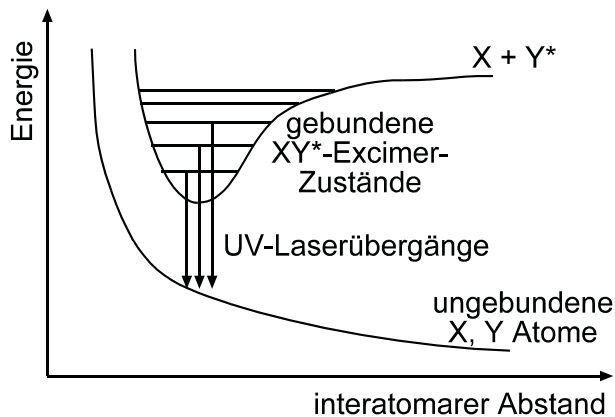


Bild 3.9.: Energieschema im Excimerlaser

Atomen, die ihrerseits in einer Gasentladung angeregt werden. Der Grundzustand ist wegen seiner Instabilität immer entvölkert, so dass sich sogar bei der kurzen Lebensdauer der

angeregten Zustände von etwa 10 ns Inversion erreichen lässt.

Excimerlaser werden nur gepulst betrieben, erlauben aber große mittlere Ausgangsleistungen von bis zu einigen 100 W. Erzeugung und Behandlung des Gases der Excimer-Moleküle ist sehr aufwändig, da das Gas korrosiv ist und altert. Vor allem wegen der Anwendungen in der optischen Lithografie in der Halbleitertechnik und in der Medizintechnik haben Excimerlaser jedoch große ökonomische Bedeutung erlangt.

3.2. Festkörperlaser

Festkörperlaser basieren auf Laserübergängen in ionischen Dotierungen in transparenten Wirtsmaterialien. Laseraktive Ionen sind z.B. Nd, Cr, Ti, Yb, Er oder Pr. Eine wichtige Elementklasse sind also die Selten-Erdmetalle, die untereinander chemisch sehr ähnlich sind. Wirtsmaterialien können Kristalle, Gläser, Keramiken oder organische Materialien sein. Sie werden u.a. nach ihrer Transparenz, chemischer Reinheit, optischen Qualität und Wärmeleitfähigkeit ausgewählt. Eine große Zahl verschiedener Kombinationen von Dotierungen und Wirtsmaterialien wurde bereits erforscht, wir wollen hier nur eine Auswahl besprechen. In Tabelle 3.2 sind einige wichtige Kombinationen zusammengefasst.

laseraktives Ion			Wirtsmaterial	
Nd, Er, Cr	in	YAG	$\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$	(Granat)
		YVO	YVO_4	(Vanadat)
Nd	in	YLF	LiYF_4	
Ti, Cr	in		Al_2O_3	(Saphir)
Nd	in		SiO_2	(Glas)

Tabelle 3.2.: Auswahl von laseraktiven Ionen in verschiedenen Wirtsmaterialien. Die Wirtsmaterialien müssen nicht immer Kristalle sein, obwohl diese in der Regel die besten optischen Eigenschaften haben, sondern es kommen auch Gläser oder Fasern in Frage.

Kristallherstellung mit Hilfe des Czochralski-Verfahrens

Bei diesem Verfahren wächst ein Kristall aus einer Schmelze, deren Temperatur nur wenig oberhalb des Schmelzpunktes liegt. Von oben wird ein sogenannter „Impfkristall“ in die Schmelze eingetaucht, an den das geschmolzene Material anwächst. Dabei kann man durch den möglichst bereits einkristallinen Impfkristall die gewünschte Kristallorientierung vorgeben. Der Impfkristall wird - gemäß der Wachstumsgeschwindigkeit - langsam aus der Schmelze herausgezogen, so daß die Wachstumsfront immer ungefähr in der Höhe der Schmelzoberfläche verläuft und so ein annähernd zylindrischer Kristall entsteht. Zur besseren Homogenität werden Kristall und der Tiegel in entgegengesetzter Richtung rotiert.

Der große Vorteil des Czochralski-Verfahrens liegt im Vergleich zu anderen Methoden darin, daß innerhalb relativ kurzer Zeit große Kristalle unter gleichmäßigen Wachstumsbedin-

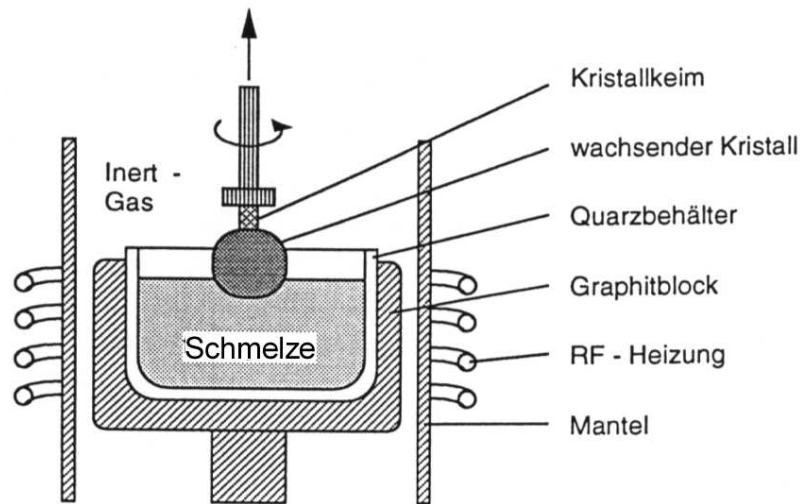


Bild 3.10.: Schema des Aufbaus für das Kristallziehen nach dem Czochralski-Verfahren.

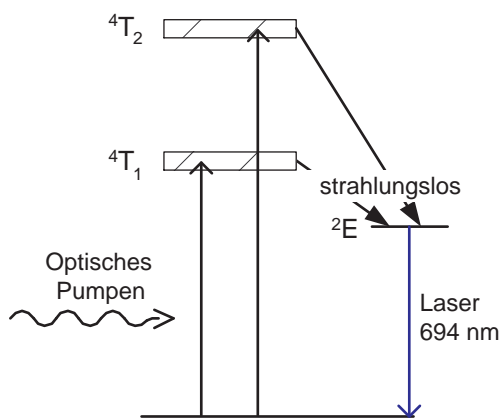


Bild 3.11.: Energieniveaus beim Rubin-Laser.

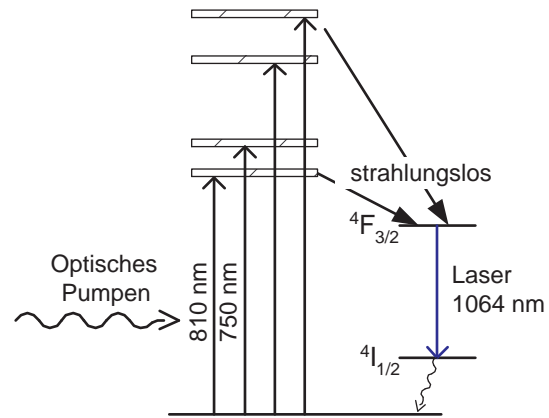


Bild 3.12.: Energieniveaus beim Nd:YAG-Laser.

gungen hergestellt werden können.

3.2.1. Rubin-, Nd:YAG-, und Yb:YAG-Laser

Der weltweit erste Laser war ein rot emittierender Rubinlaser, also ein Festkörperlaser. Rubin ist ein mit Chrom dotierter Al_2O_3 -Kristall, wobei die Laserübergänge in Chrom-Ionen Cr^{3+} stattfinden. Wie in Bild 3.11 dargestellt, werden durch optisches Pumpen die Bänder $4T_1$ und $4T_2$ angeregt, die ihre Energie strahlungslos auf das obere Laserniveau $2E$ übertragen. Der Nachteil des Rubinlasers ist sein 3-Niveau-Schema. Es müssen mindestens 50% der Atome angeregt werden, um Besetzungsinversion und die Laserschwelldingung zu erreichen. Wegen der dazu notwendigen hohen Pumpenergien wird der Rubinlaser nur im Pulsbetrieb eingesetzt.

Nd:YAG-, Nd:YVO-Laser:

Einer der wichtigsten Festkörperlaser ist der Nd:YAG-Laser. Es werden Laserübergänge von Neodymionen Nd^{3+} genutzt, die in kristallinem Yttrium-Aluminium Granat ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$) dotiert sind. Bild 3.12 zeigt das vereinfachte Termschema des Nd:YAG-Lasers. Die Anregung erfolgt durch optisches Pumpen z.B. mittels einer Kr-Bogenlampe oder eines Diodenlasers bei 810 nm. Grundsätzlich handelt es sich beim Nd:YAG-Laser um ein Vierniveau-System. Neben dem in Bild 3.12 gezeigten 4-Niveauschema mit Laserübergang zwischen dem $^4F_{3/2}$ -Niveau und dem $^4I_{11/2}$ -Niveau bei 1064 nm sind noch weitere, auch „dreiniveauartige“ Übergänge möglich, von denen die bei 946 nm, 1319 nm und 2 μm genutzt werden.

Alternativen zum YAG-Kristall sind Glas, Yttriumvanadat YVO (YVO_4), YAP (YAlO_3) und YLF (LiYF_4). Die letzteren drei kristallinen Wirtsmaterialien erlauben sehr gute Strahlqualität, hohe Effizienz und große Zuverlässigkeit. Besonders YVO eignet sich für höhere Leistungen bei Pumpen mit Laserdioden. Die Kristallgrößen sind trotz der guten Wärmeleitfähigkeit in ihrer Größe wegen thermisch induzierten Spannungen begrenzt. Nd:Glas-Laser können mit größerem aktiven Volumen hergestellt werden. Modendurchmesser von mehreren 10 cm wurden bereits realisiert. Nd:Glas-Laser werden gepulst eingesetzt, sie erlauben hohe Spitzenintensitäten, wegen der geringen Wärmeleitfähigkeit aber keine hohe Durchschnittsleistung.

Nd-Laser werden häufig mit Frequenzverdopplung, -verdreifachung und vervierfachung (s. Kap. 4.4) gebaut. Speziell die Frequenzverdopplung, z.B. in Lithium- β -Borat (LBO), auf 532 nm ist sehr effizient, und diese Strahlung wird häufig zum Pumpen von Titansaphirlasern oder Farbstofflasern eingesetzt.

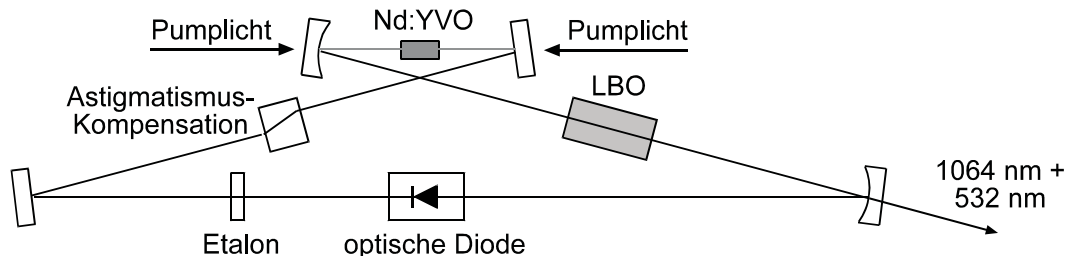


Bild 3.13.: Schematischer Aufbau eines frequenzverdoppelten Nd:YVO₄ Lasers. LBO steht für Lithium- β -Borat.

Ein typischer Aufbau für einen Ringlaser mit resonatorinterner Frequenzverdopplung ist in Bild 3.13 gezeigt. Eine optische Diode (s. Kap. 4.1) unterdrückt Lasertätigkeit in einer Umlaufrichtung und verhindert die Ausbildung einer Stehwelle und damit Lochbrennen im aktiven Medium. Die hohe Intensität im Resonator macht die Frequenzverdopplung selbst im Dauerstrichbetrieb sehr effizient. Das Etalon gewährleistet monofrequenten Betrieb. Wird nur das frequenzverdoppelte grüne Licht ausgekoppelt, kann die Finesse des Resonators für die Fundamentale bei 1064 nm trotz einiger optischer, resonatorinterner Elemente sehr hoch sein.

Eine interessante Bauform des Nd:YAG-Lasers ist der monolithische, nichtplanare Ringresonator (Miser), in dem aktives Medium, optische Diode und Resonator in einem Kristall integriert sind. Der Aufbau ist in Bild 3.14 skizziert. Der Kristall ist allseitig verspiegelt und

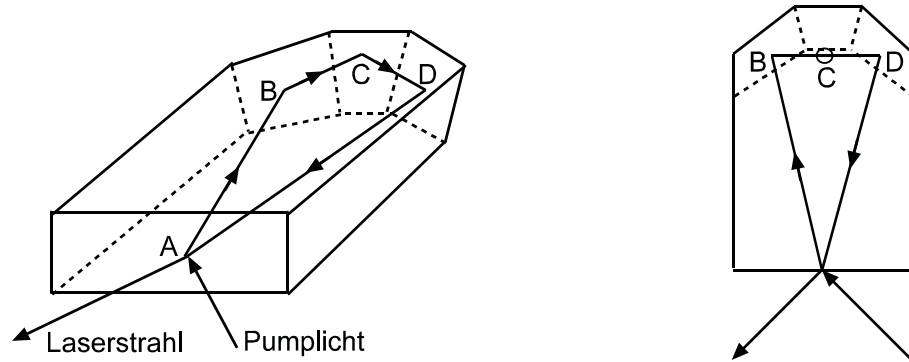


Bild 3.14.: Schematischer Aufbau eines nichtplanaren, monolithischen Nd:YAG-Ringlasers. Zwischen den Punkten B und D wird der Strahl aus der Ebene herausgeführt.

bildet einen Resonator hoher Finesse. Es liegt ein Magnetfeld an, so dass der Kristall wegen seiner endlichen Verdetkonstanten wie ein Faradayrotator die Polarisationsrichtung nichtreziprok dreht. Durch die nichtplanare Strahlführung entsteht eine reziproke Polarisationsdrehung. In einer Umlaufrichtung kompensieren sich diese Polarisationsdrehungen, in der anderen jedoch nicht, so dass diese Komponente höhere Verluste an den verspiegelten Flächen erfährt und nicht anschwingt.

Da der Laser keine Spiegel oder anderen optischen Elemente enthält (wie z.B. der Aufbau in Bild 3.13), ist dieser Lasertyp extrem unempfindlich auf akustische Störungen. Wegen seiner Rauscharmut wird er in z.B. in Interferometern verwendet.

Yb:YAG Scheibenlaser:

Die Nachteile von 3-Niveauschemata gegenüber 4-Niveauschemata, wie z.B. eine höhere erforderliche Pumpintensität, wurden in Kap. 1.5 behandelt. In speziellen Anordnungen können 3-Niveauschemata jedoch mit sehr hoher Effizienz betrieben werden, wenn das obere Pumpniveau und das obere Laserniveau energetisch nah beieinander liegen und wenn die Pumpintensität hoch ist. Eine solche Anordnung ist der Yb:YAG-Scheibenlaser, dessen Aufbau in Bild 3.16 skizziert ist.

Der ${}^2F_{5/2} - {}^2F_{7/2}$ Laserübergang von Yb:YAG ist Teil eines Quasi-3-Niveau-Systems. Die Laserwellenlänge liegt bei 1030 nm und die Pumpwellenlänge bei 941 nm. Dies ergibt einen sehr hohen theoretisch erzielbaren optisch-optischen Wirkungsgrad von $941/1030 = 91\%$, experimentell erreicht werden bis zu 80 %. Ferner hat Yb:YAG günstige, an die Emissionscharakteristik von kommerziell erhältlichen Laserdioden angepasste Absorptionseigenschaften. Diese führen bei hohen Dotierungskonzentrationen von max. 15 % zu kurzen Absorptionslängen von ca. 1 mm. Der hohe Wirkungsgrad bedingt eine geringe Wärmeerzeugung im Kristall

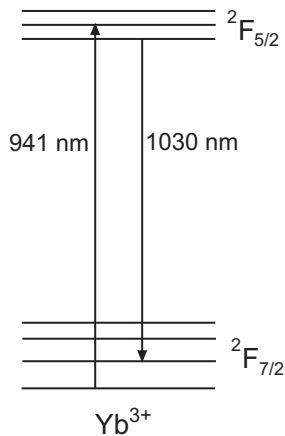


Bild 3.15.: Energieniveauschema des Yb:YAG-Lasers.

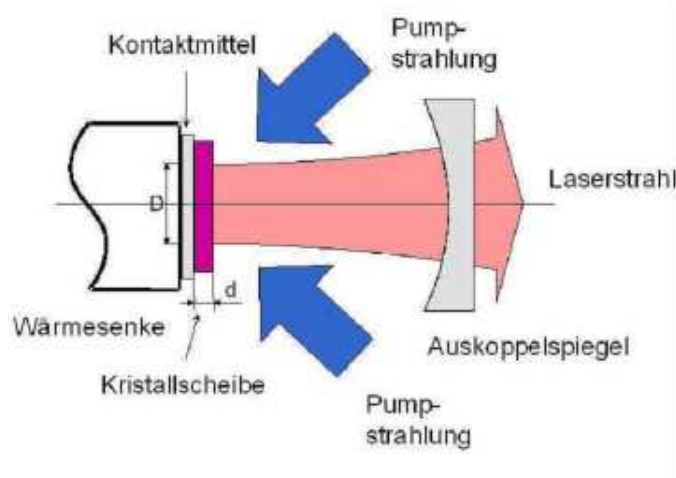


Bild 3.16.: Schematischer Aufbau eines Scheibenlasers.

mit positiven Auswirkungen auf die thermisch induzierten optischen Inhomogenitäten („thermische Linse“) und damit auf die Strahlqualität. Die relativ hohe thermische Besetzung des unteren Laserniveaus von etwa 5 % bei Raumtemperatur erfordert jedoch eine hohe Pumpleistungsdichte von etwa 5-10 kW/cm² für einen effizienten Laserbetrieb, und führt somit zu einer hohen Wärmeflussdichte, die wiederum eine effiziente Wärmeabfuhr erfordert.

Das Besondere des Scheibenlasers ist ein relativ zu seinem Durchmesser dünner Laserkristall, dessen Rückfläche einen der Resonatorspiegel bildet. Wegen der flächig axial gekühlten Kristallscheibe ist die Wärmeableitung sehr gut, und es lassen sich große Laserleistungen unter Bewahrung eines hohen Wirkungsgrades und einer guten Strahlqualität erreichen. Der Kristall wird mit Laserdioden optisch gepumpt, was sowohl radial als auch axial möglich ist. Bei der axialen Pumpgeometrie wird die kurze Bauform des aktiven Mediums mit mehrfacher Rückreflexion des Pumplichts auf den Kristall ausgeglichen.

Mit Scheibenlasersystemen werden Leistung bis in den kW-Bereich erreicht, wobei es bei höheren Leistungen jedoch zunehmend schwierig ist, eine gute Strahlqualität, d.h. die Abstrahlung in der Gaußschen Grundmode, zu realisieren. Neben dem überwiegend verwendeten Yb:YAG kommen für Scheibenlaser auch Nd:YAG und Nd:YVO₄ zum Einsatz, falls z.B. speziell die entsprechenden Emissionswellenlängen benötigt werden.

Abschließend sind in Tabelle 3.3 einige Materialparameter für Rubin-, Nd:YAG-, Nd:Glas-Laser und Yb:YAG-Laser aufgeführt. Weitere Daten finden sich in Anhang A.1.

3.2.2. Faserlaser

Bereits 1961 erkannte E. Snitzer, dass Glasfasern gute Voraussetzungen zum Betrieb von Lasern bieten, da in ihnen die Grundmode und das Pumplicht bei hoher Intensität und mit gutem

¹Ein Maß für die Fluoreszenz-Linienbreite ist die Wellenzahl $w = \frac{\nu}{c}$, welche in cm⁻¹ = 1 Ky (Kayser) angegeben wird. Eine Wellenzahl von 1 cm⁻¹ entspricht demnach einer Linienbreite von 29,9 GHz.

		Rubin	Nd:YAG	Nd:Glas	Yb:YAG
Wellenlänge	(nm)	694,3	1064,1	1062,3	1030
Brechungsindex		1,763	1,82	1,51...1,55	1,82
Spontane Lebensdauer	(μs)	3000	240	300	1160
Fluoreszenz-Linienbreite ¹	(cm^{-1})	11	6,5	300	90
Wärmeleitfähigkeit (300 K)	($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)	42	14	1,2	14
Gewinn g bei 1 J	(cm^{-1})	0,087	4,73	0,16	
Max. Durchstimmbarekeit	(GHz)	330	195	3000	1000

Tabelle 3.3.: Materialparameter für Rubin, Nd:YAG, Nd:Glas und Yb:YAG.

räumlichen Überlapp über weite Strecken geführt werden können. Erst mit der Verfügbarkeit robuster Diodenlaser als Pumplichtquellen sind Faserlaser jedoch technologisch wichtig geworden.

Der wichtigste Typ ist der Erbium-dotierte Faserlaser. Er wird hauptsächlich bei einer Wellenlänge von 1550 nm betrieben. Diese Wellenlänge ist von größter Bedeutung in der optischen Nachrichtentechnik, da hier Glasfasern geringste Absorption und Dispersion haben. Zudem ist diese Wellenlänge „augensicher“, da Licht bei 1550 nm bereits im Glaskörper des Auges absorbiert wird, in dem die Wärmeableitung relativ gut ist und in dem der Strahl nicht die hohen Intensitäten erreicht wie im Fokus auf der Netzhaut.

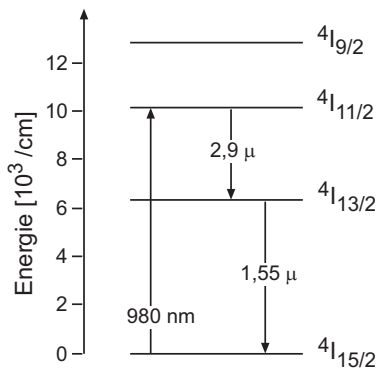


Bild 3.17.: Vereinfachtes Energieniveauschema von Erbium.

Bild 3.17 zeigt ein vereinfachtes Termschema von Erbium, ausgehend von einer Pumpwellenlänge von 980 nm. Für diese Wellenlänge gibt es leistungsstarke Diodenlaser und das Problem der Anregung aus langlebigen, angeregten Zuständen (engl. ESA, excited state absorption) ist relativ gering. Erbium ist auch bei anderen Wellen pumpbar, wie z.B. 530 nm, 660 nm, 800 nm oder 1480 nm. Bei der mit Diodenlasern zugänglichen Wellenlänge von 800 nm tritt jedoch excited state absorption aus dem oberen Laserniveau auf (und nicht nur aus dem oberen Pumpniveau wie bei 980 nm), was die Effizienz stark begrenzt.

Eine Folge der excited state absorption ist die mögliche Emission kurzwelliger Photonen, wie z.B. die Emission bei 540 nm im grünen bei einer Pumpwellenlänge von 980 nm. Dieser

Effekt wird auch „up-conversion“ genannt.

Die Schwierigkeit bei Faserlasern ist die Einkopplung des Pumplichtes. Ein häufig verwendetes Schema basiert auf der Verwendung einer Doppelkernfaser, deren stufenförmiges Brechungsindexprofil und Aufbau in Abb. 3.18 skizziert sind. Die Faser führt den entste-

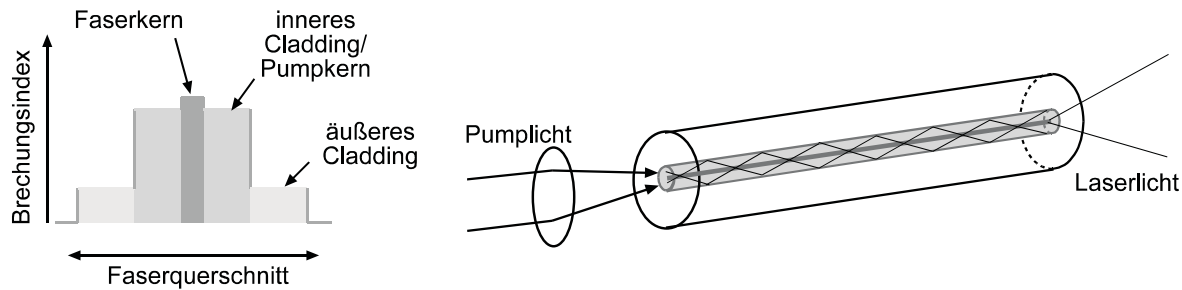


Bild 3.18.: Brechungsindexprofil und Pumplichteinkopplung einer Doppelkernfaser.

henden Laserstrahl monomodig und den Pumpstrahl multimodig. Das Pumplicht wird immer wieder in den Kern reflektiert und dort allmählich absorbiert. Es wurden bereits Ausgangsleistungen von mehreren 10 W erreicht. Neben Erbium werden auch andere Seltenerdmaterialien dotiert, z.B. Yb, Tm, Ho, Nd, Pr und Sm.

3.2.3. Titan-Saphir-Laser

Der Titan-Saphir-Laser ist einer der wichtigsten Laser, vor allem in der Forschung, wegen seines sehr großen Abstimmbereiches von ca. 690 nm bis 1100 nm und der Möglichkeit zu kürzesten Pulsen bis unter 5 fs (s. Kap. 5.2). Er beruht auf Übergängen in Ti^{3+} -Ionen, die mit ca. 0,01...0,1 Gewichtsprozent in ein Saphirkristallgitter (Al_2O_3) eingebaut sind. Ti^{3+} hat ein einzelnes 3d-Elektron, das im Kristallfeld in ein Dublett (^2E , $^2\text{T}_2$) mit einer großen Zahl weiterer Untenniveaus aufspaltet, wie in Bild 3.19 dargestellt. Die Niveaus werden durch

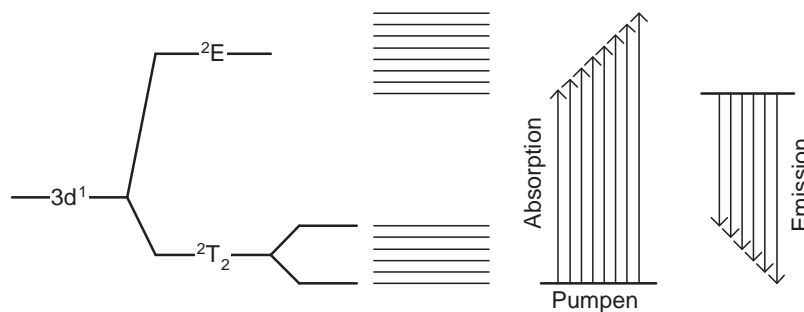


Bild 3.19.: Energieniveaus beim TiSa-Laser.

Wechselwirkungen mit Gitterschwingungen zusätzlich verbreitert, so dass sie kontinuierliche

Bänder bilden. Vom tiefstliegenden unteren 2T_2 -Niveau kann in alle oberen 2E -Niveaus gepumpt werden, die strahlungslos sehr schnell in das tiefste 2E -Niveau, welches eine Lebensdauer von $3,2 \mu\text{s}$ hat. Von dort erfolgt der Laserübergang in eines der 2T_2 -Niveaus. Der Titan-Saphir-Laser stellt ein (quasi-) 4-Niveausystem dar, wird aber bei Verstimmung zu kurzen Wellenlängen und bei höheren Kristalltemperaturen immer „dreiniveauartiger“.

3.3. Farbstofflaser

Das aktive Medium im Farbstofflaser besteht meist aus organischen Molekülen, die in organischen Lösungsmitteln wie z.B. Äthylenglykol gelöst sind. Es gibt Farbstoffe für den gesamten Spektralbereich vom sichtbaren bis in den nahen infraroten Teil des Spektrums (s. Bild 3.20).

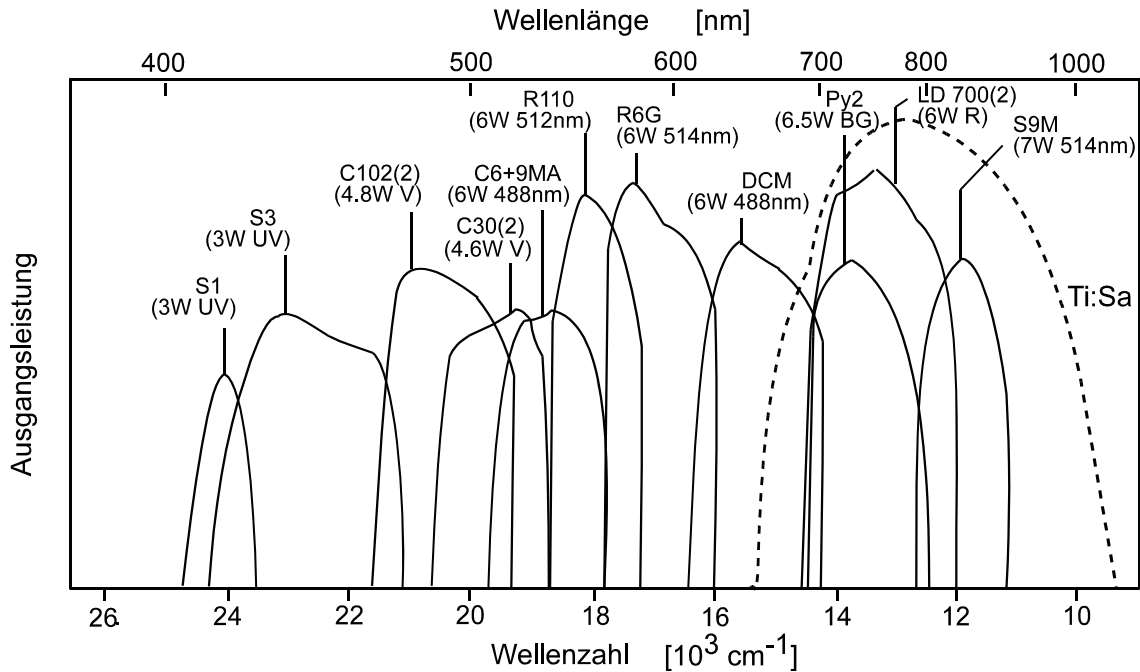


Bild 3.20.: Verstärkungsspektren verschiedener Farbstoffe. Der gesamte sichtbare und nah-infrarote Spektralbereich ist abgedeckt.

Die Anregungsenergie wird dem Farbstoff durch optisches Pumpen zugeführt, meistens durch Laserstrahlung von Ionenlasern hoher Leistung oder von frequenzverdoppelten Festkörperlasern, z.B. Nd:YAG. Die Anregung erfolgt vom 1S_0 Grundzustand in den obersten 1S_1 Zustand (Bild 3.21), der innerhalb weniger ps in den tiefstliegenden Schwingungszustand zerfällt. Dieses Niveau ist der Ausgangspunkt für Laserübergänge in die Rotationsschwingungszustände des elektronischen 1S_0 -Zustands.

Die starke Wechselwirkung der Farbstoffmoleküle mit Lösungsmittelmolekülen führt zu einer starken Stoßverbreiterung der eng benachbarten Übergänge, die dadurch überlappen

und ein homogen verbreitertes Emissionskontinuum ergeben. Die Stöße mit Flüssigkeitsmolekülen führen auch zu strahlungslosen Übergängen in das Triplett-Niveausystem. Das Triplett-System ist langlebig und vermindert die Inversion. Der Anteil von Molekülen in diesen Niveaus muss also so klein wie möglich gehalten werden. Man pumpt daher den Farbstoff mit einem Druck von etwa 4 – 15 bar durch eine schlitzförmige Düse einer Breite von 0,2 – 1 mm und einer Länge von 3 – 5 mm und formt so einen schnell strömenden Strahl. Bei einer typischen Geschwindigkeit von etwa 10 m/s beträgt die Durchflußzeit Δt der Farbstoffmoleküle durch den Fokus ($\sim 10 \mu\text{m}$) des anregenden Pumplasers $\Delta t \approx 10^{-6}$ s. Während dieser Zeit wächst der Anteil der Moleküle im Triplettzustand noch nicht signifikant an.

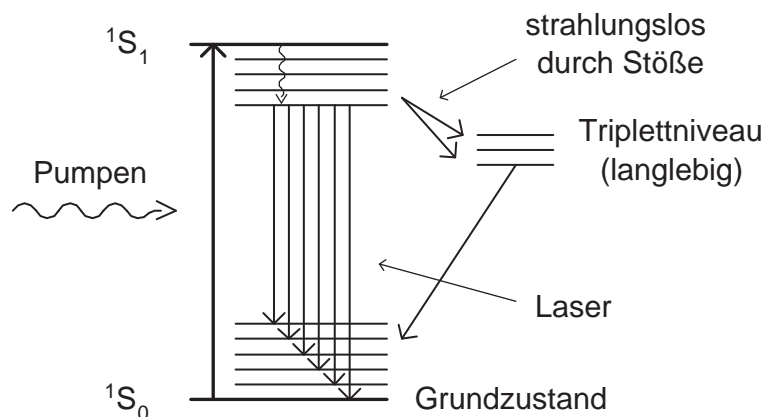


Bild 3.21.: Vereinfachtes Energieschema von organischen Farbstoffen.

An der Oberfläche des Farbstoffstrahls gibt es Reflexionsverluste. Um diese zumindest für eine Polarisationsrichtung klein zu halten, steht der Farbstoffstrahl so, dass der Laserstrahl unter dem Brewsterwinkel auf den Farbstoffstrahl trifft. In einem linearen Laserresonator bildet sich durch Interferenz der hin- und zurücklaufenden Strahlen eine stehende Welle aus. Da in den Knoten der stehenden Welle die elektrische Feldstärke verschwindet, tritt an diesen Stellen auch keine stimulierte Emission auf. An den Orten, an denen die Feldstärke Bäuche besitzt, wird die Inversion stärker abgebaut, so dass die Besetzungsdifferenz ΔN eine räumliche Modulation zeigt, die als räumliches Lochbrennen bezeichnet wird. Durch die verbleibende Inversion können andere Moden anschwingen, so dass aufgrund der Modenkonkurrenz starke Intensitäts- und Frequenzschwankungen auftreten können. Eine Möglichkeit zur Vermeidung des Lochbrennens ist die Verwendung eines Ringresonators, in dem eine Umlaufrichtung unterdrückt wird. Die dazu in den Resonator einzubauenden Elemente verursachen geringe Verluste, so dass die Ausgangsleistung etwas geringer ist als im Stehwellenresonator.

Farbstofflaser werden vor allem wegen ihrer Abstimmbarkeit verwendet. Die Resonatoren sind deshalb mit frequenzselektiven Elementen wie Etalons, Lyotfilters etc. ausgestattet (s. Kap. 4). Die Resonatoren von Farbstofflasern ähneln denen von Titansaphirlasern, die ebenfalls häufig wegen ihrer Abstimmbarkeit eingesetzt werden. Einige Farbstoffe benötigen zudem Pumplicht ähnlicher Wellenlänge wie Titansaphirlaser.

Für einen stabilen Laserbetrieb kommt es darauf an, jegliche Turbulenz im schnell strömenden Farbstoffstrahl zu vermeiden. Die Düsen müssen sehr glatt und sorgfältig gearbeitet

sein und die Glykollösung muss durch Filter von Luftbläschen gereinigt werden. Weiterhin bleichen die Farbstoffmoleküle durch photochemische Reaktionen aus. Manche spezielle Farbstoffe müssen daher bereits nach einigen Stunden Betriebsdauer ersetzt werden. Wegen dieser technischen Probleme sind Farbstofflaser nicht sehr beliebt. Wenn möglich weicht man auf Titansaphirlaser aus, oder noch besser, wenn die weite Abstimmbarkeit nicht benötigt wird, auf Diodenlaser.

3.4. Organische Festkörperlaser

Eine noch in der Grundlagenforschung befindliche Methode, die Vorteile organischer Farbstoffe mit einem kompakten Laseraufbau zu vereinen, ist der Einsatz in Dünnschicht-Laserelementen. Erste vielversprechende Experimente führten schnell zu weit durchstimmbaren ($\Delta\lambda > 100\text{nm}$) optisch gepumpten Laserquellen für den gesamten sichtbaren Spektralbereich. Der Aufbau solcher Strukturen bedient sich der Geometrie optischer Wellenleiter. Dies führt zu sehr dünnen aktiven Schichten von einigen 100 nm, in denen die Lasermode geführt und verstärkt wird. Die dünnen Farbstofffilme können auf verschiedene Weise hergestellt werden, z.B. durch thermisches Aufdampfen unter Hochvakuum oder einfaches Aufschleudern (sog. spin coating) auf geeignete Substratoberflächen.

An das Substrat werden mehrere Anforderungen gestellt. Hierzu zählen vor Allem mechanische Eigenschaften und ein geeigneter Brechungsindex zur Bereitstellung des optischen Wellenleiters. Desweiteren wird bei den Dünnschicht-Laserelementen auch der Resonator über das Substrat gestellt. Dies erfordert die Möglichkeit der Strukturierung der Substratoberfläche. Zur Realisierung des Resonators stehen in Analogie zu den anorganischen Halbleiterlasern mehrere Möglichkeiten zur Verfügung (Fabry Perot, VCSEL, DFB, DBR). Aufgrund der geringen Brechungsindexunterschiede organischer Farbstoffe, sowie der längeren Wechselwirkungslänge haben sich bisher DFB-Strukturen (engl: Distributed Feedback) am besten bewährt. Dabei wird die Oberfläche des Substrates periodisch strukturiert. Dies geschieht zur

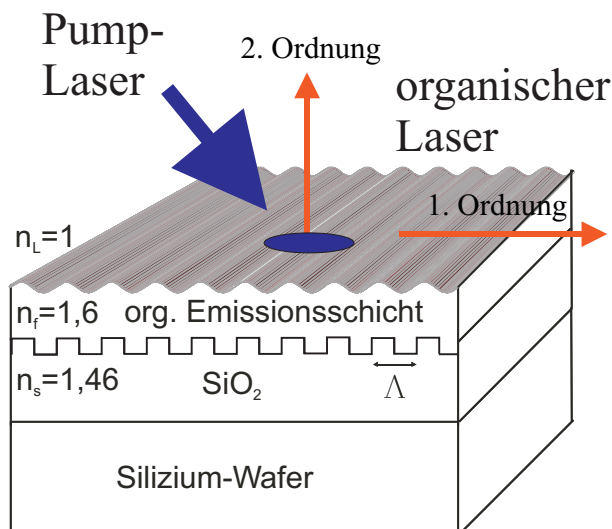


Bild 3.22.: Aufbau eines Dünnschicht-Laserelementes

Zeit mit Hilfe der Elektronenstrahl-Lithographie oder holographischen Verfahren. So werden rechteck- oder sinusförmige Oberflächen generiert, welche über die Bragg-Bedingung die optische Rückkopplung im Filmwellenleiter sicher stellen. Als Resonanzbedingung kann der folgende Zusammenhang angegeben werden:

$$2n_{eff}\Lambda = m\lambda. \quad (3.5)$$

n_{eff} bezeichnet hierbei den effektiven Brechungsindex der Lasermode, Λ die Modulationswellenlänge der Substratoberfläche und m die Beugungsordnung, welche die Rückkopplung sicherstellt. In DFB-Strukturen geschieht dies verteilt (distributed) über den gesamten Wellenleiter. Die Auskopplung der Nutzleistung erfolgt durch eine weitere Beugungsordnung. Man unterscheidet zwischen Kanten- und Oberflächenemittierenden Strukturen (entsprechend Resonatoren 1. und 2. Ordnung).

Als Pumpquelle für die organischen Laser dienen gepulste UV-Laser, z.B. ein Stickstofflaser oder ein frequenz-verdreifachter Nd:YAG-Laser.

Momentan beschäftigt sich die Forschung damit, die Laserswellen der organischen Laser zu senken und damit das Pumpen mit Leucht- bzw. Laserdioden zu ermöglichen. Des weiteren wird auch an Strukturen gearbeitet, welche in Zukunft möglicherweise ein direktes elektrischen Pumpen erlauben.

3.5. Diodenlaser

Das aktive Medium eines Diodenlasers ist die pn -Übergangsschicht eines Halbleiters. Halbleiter sind Festkörper mit gefülltem Valenzband und leerem Leitungsband. In Festkörpern gibt die Fermienergie an, bis zu welcher Energie die Bänder gefüllt sind. Diese Grenze wird mit steigender Temperatur unschärfer. Bei Halbleiter liegt sie in der Bandlücke zwischen Leitungs- und Valenzband. Wird das Halbleitermaterial mit Atomen dotiert, die zusätzliche Elektronen in den Halbleiter einbringen, d.h. n -dotiert, verschiebt sich die Fermigrenze in das Leitungsband, welches dann teilweise besetzt ist. Bei p -Dotierung mit Atomen, die weniger Elektronen in der äußeren Schale besitzen als die Atome des Halbleitermaterials, bleiben Elektronenzustände im Valenzband unbesetzt und die Fermigrenze verschiebt sich entsprechend dorthin.

Wird ein p -leitender Halbleiter mit einem n -leitenden Halbleiter in Kontakt gebracht, gleichen sich die Fermienergien an (Bild 3.23). Bei Anlegen einer Spannung U verschieben sich die Fermienergien der beiden Materialien um die Energie eU gegeneinander, und es liegen in einen räumlich eng begrenzten Übergangsbereich sowohl Elektronen im Leitungsband als auch Löcher im Valenzband vor (Bild 3.24). In diesem pn -Übergang können Elektronen mit den Löchern unter Aussendung von Photonen rekombinieren.

Die Bandlücke und somit die Energie der emittierten Photonen hängen von der Kristallstruktur des Halbleitermaterials ab und können über die stöchiometrischen Verhältnisse z.B. in $\text{In}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ oder in $\text{InAs}_{1-x}\text{P}_x$ in weiten Bereichen gewählt werden.

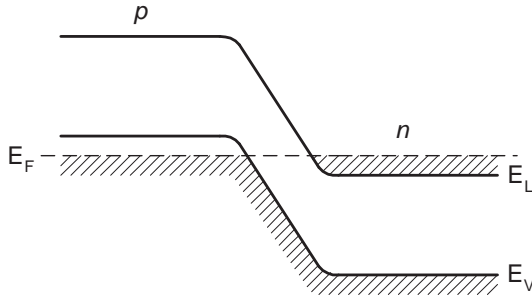


Bild 3.23.: Bei Kontakt eines p - und eines n -dotierten Halbleiters (pn -Übergang) gleichen sich die Fermienergien an.

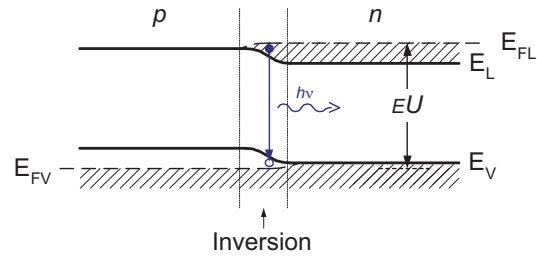


Bild 3.24.: Wird an einen pn -Übergang in Durchlassrichtung eine Spannung angelegt, treten Inversion und Rekombination auf.

Der pn -Übergang in diesem vereinfachten Bild entspricht einem 4-Niveausystem bestehend aus jeweils optischen und elektrischen oberen und unteren Zuständen. Bringt man diesen pn -Übergang in einen optischen Resonator und übertrifft die Ladungsträgerdichte im pn -Übergang einen Schwellwert, kann Laserbetrieb einsetzen. Als Resonatorspiegel werden bei so genannten Fabry-Perot-Lasern oft die Spaltflächen des Halbleiterkristalls benutzt. Für den Reflexionskoeffizienten gilt aufgrund der Fresnelreflexion bei senkrechtem Einfall

$$R = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2. \quad (3.6)$$

GaAs z.B. hat einen Brechungsindex von etwa $n = 3,5$. Für eine Grenzfläche gegen Luft mit $n = 1$ folgt für den Reflexionskoeffizienten ein Wert von $R \approx 30\%$, was bei der erreichbaren Verstärkung im Material zur Rückkopplung ausreicht.

Da die für den Laserbetrieb benötigte Ladungsträgerdichte sehr hoch, die Wärmeabfuhr und damit der absolute Strom jedoch begrenzt sind, muss der aktive Bereich räumlich möglichst beschränkt sein. Die Dicke des pn -Übergangs ist aufgrund der Diffusionslänge von 1 - 2 μm begrenzt, so dass die Dicke der aktiven Schicht typischerweise einige 0,1 μm beträgt. Die Breite wird von ähnlicher Größenordnung gewählt, wodurch sich nur die transversale Grundmode ausbilden kann ².

Der Laserstrahl wird in der Diode durch den Brechungsindexsprung von aktiver Schicht zu p - bzw. n -dotiertem Substrat in vertikaler Richtung wie in einem Wellenleiter geführt. Zur horizontalen Führung eignen sich Verstärkungsführung (gain-guiding) oder Brechungsindexführung (index-guiding), wie in Bild 3.25. Der erstere Fall kann durch eine entsprechende Form einer Elektrode realisiert werden. Eine schmale Elektrode begrenzt räumlich den Stromfluss und induziert thermisch einen Brechungsindexunterschied. Bei der Indexführung hingegen ist ein Brechungsindexprofil in das Substrat eingeprägt.

Abb. 3.26 zeigt die Abstrahlcharakteristik einer Laserdiode. Aufgrund der kleinen Querschnittsfläche des aktiven Volumens emittieren Laserdioden beugungsbedingt stark divergent

²bei Breitstreifendioden kann diese Breite zur Erhöhung der Ausgangsleistung bis zu über 100 μm betragen.

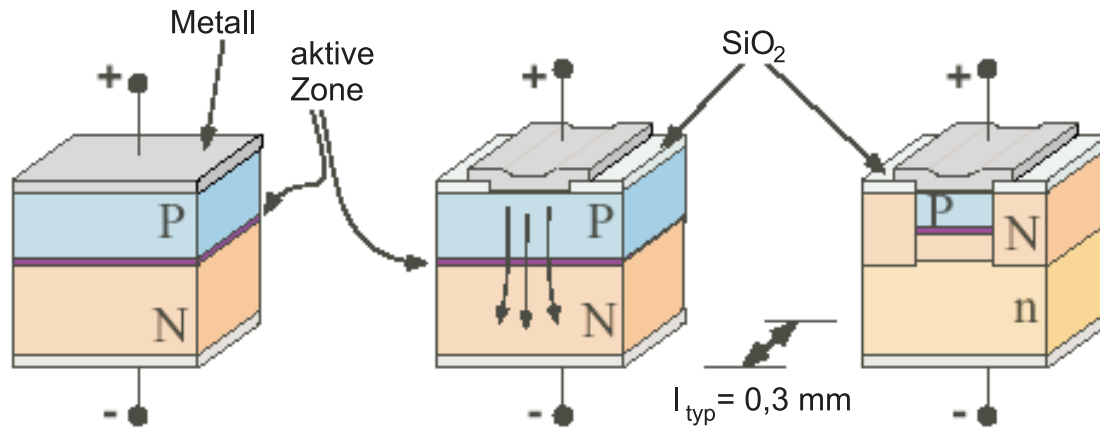


Bild 3.25.: Schichtensysteme für Laserdioden. Links: Einfache Homostruktur. Mitte: Gewinngeführte Struktur durch Einengung der Stromführung mit isolierenden Oxidschichten. Rechts: Doppelheterostruktur zur indexgeführten Einengung des aktiven Bereichs.

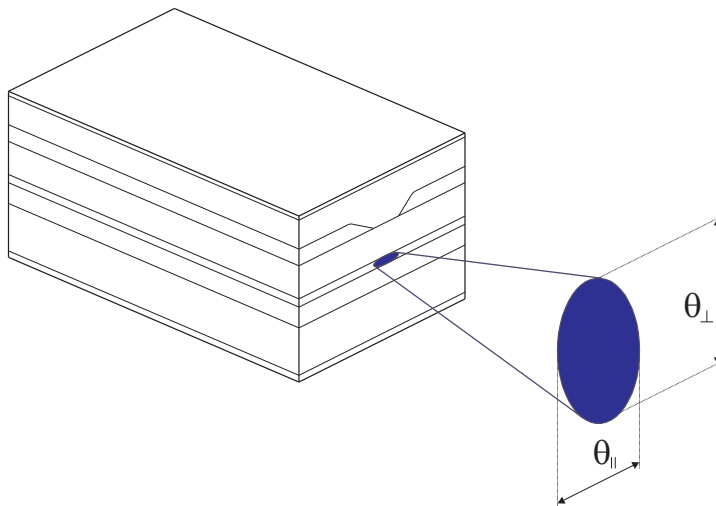


Bild 3.26.: Abstrahlungscharakteristik einer Laserdiode.

mit Öffnungswinkel bis zu einigen 10 Grad. Eine Strahlformung kann durch Zylinderlinsen, direkt aufgebrachte Mikrolinsen, andere Kollimatoroptiken oder durch direktes Anbringen einer Faser realisiert werden. Bessere Strahleigenschaften aber geringere Ausgangsleistungen haben die neuartigen Oberflächenemitterdioden (VCSEL, vertical cavity surface emitting diode), deren Strahlen im Gegensatz zu den bisher besprochenen Kantenemittern rund und nicht so stark beugungsbegrenzt sind.

Die spektralen Eigenschaften von Diodenlasern sind durch Verstärkungsprofil und freien Spektralbereich des Resonators gegeben. Die Länge des Diodenlasers beträgt üblicherweise 0,3 mm - 0,5 mm. Da der Resonator vollständig materialgefüllt ist, muss der entsprechende Brechungsindex berücksichtigt werden. Die in Kap. 2.2.1 hergeleitete Beziehung für den freien Spektralbereich lautet nun

$$FSR = \frac{c}{2nL \left(1 + \frac{\nu}{n} \frac{dn}{d\nu}\right)} = \frac{c}{2n_g L}. \quad (3.7)$$

n ist der Brechungsindex bezüglich der Phase und n_g derjenige bezüglich der Gruppe.

Beispiel 3.3 Mit $L = 0,5$ mm, $(\nu/n) \cdot (dn/d\nu) \approx 1,5$ und $n = 3,5$ für GaAs ergibt sich ein freier Spektralbereich von ≈ 34 GHz entsprechend einem Wellenlängenunterschied $\Delta\lambda = \Delta\nu \lambda/\nu \approx 0,1$ nm zweier benachbarter longitudinaler Moden.

Das Verstärkungsprofil eines Diodenlasers kann einige 10 nm breit sein, so dass viele Moden anschwingen können. Bauartbedingt arbeiten verstärkungsgeführte Diodenlaser üblicherweise vielmodig (Bild 3.27), indexgeführte Diodenlaser zeigen hingegen eher eine einzelne dominierende Mode (Bild 3.28).

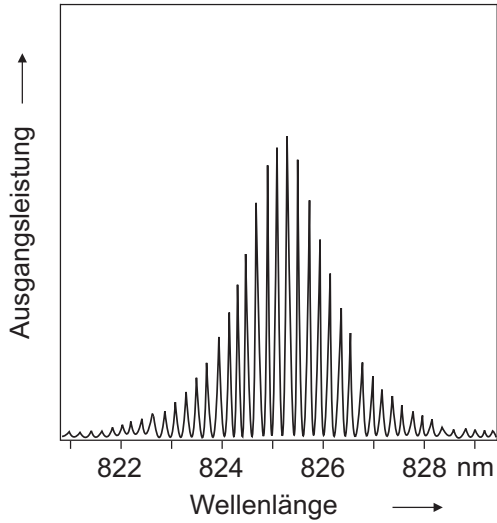


Bild 3.27.: Longitudinale Modenstruktur eines Diodenlasers mit verstärkungsgeführter Struktur.

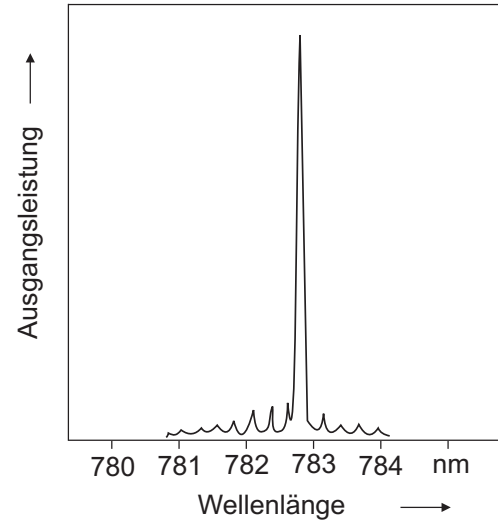


Bild 3.28.: Longitudinale Modenstruktur eines Diodenlasers mit indexgeführter Struktur.

Diodenlaser decken einen großen Teil des sichtbaren und infraroten Spektralbereichs ab. Mit GaAlAs können Diodenlaser bei ausgewählten Wellenlängen im Bereich 630 nm bis 900 nm gebaut werden. Eingesetzt werden sie z.B. in CD-Spielern bei 780 nm und in Laserpointern bei 633 nm – 675 nm. In der Telekommunikation bei $1,3 \mu\text{m}$ und $1,55 \mu\text{m}$ setzt man InGaAsP ein, wobei mit diesem Material grundsätzlich verschiedene Wellenlängen im Bereich 0,6 nm bis $4 \mu\text{m}$ erreichen werden können. Die kürzesten Wellenlängen bis hin zu ca. 400 nm, d.h. blau emittierende Diodenlaser, lassen sich mit GaN realisieren.

Silizium ist eines der wichtigsten Halbleitermaterialien für elektronische Anwendungen, aber es ist nicht möglich, aus kristallinem Silizium einen Halbleiterlaser zu bauen. Der Grund liegt in der indirekten Bandlücke von Silizium. Dies ist in Abb 3.29 veranschaulicht.

Die Laserphotonen tragen Energie und Impuls, die jeweils den Differenzen der Elektronen und Löcher entsprechen müssen, denn es gilt Energie- und Impulserhaltung, d.h.

$$h\nu = E_e - E_L \quad (3.8)$$

$$k_\nu = k_e - k_L. \quad (3.9)$$

Da der Photonimpuls $\hbar k_\nu$ sehr viel kleiner ist als die Impulse von Elektronen oder Löchern, welche Masse haben, muss die Bandlücke direkt sein, was bei kristallinem Silizium jedoch nicht der Fall ist. Es wird deshalb daran gearbeitet, in Silizium durch amorphes Kristallwachstum die Bänder zu einer direkten Bandlücke hin zu verschieben. Trotz Fortschritten ist jedoch auch in amorphem Silizium noch keine Lasertätigkeit gelungen.

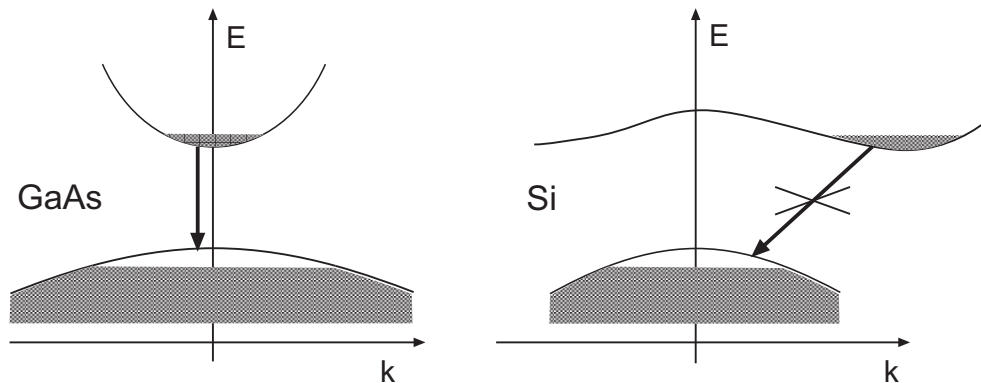


Bild 3.29.: Der Impuls $\hbar k$ eines optischen Photons ist im Vergleich zu den Impulsen von Elektronen und Löchern vernachlässigbar klein. Deshalb ist es nicht möglich, in kristallinem Silizium wegen der indirekten Bandlücke Lasertätigkeit zu erreichen.

Vertical Cavity Surface-Emitting Laser (VCSEL)

Kantenemittierende Laserdioden haben den Nachteil eines elliptischen Strahlprofils, das mit externen Optiken korrigiert werden muss. Zudem sind sie empfindlich auf rückreflektiertes Licht, das z.B. beim Einkoppeln des Laserstrahls in eine Faser oder an nicht gut entspiegelten Optiken entsteht. Diese Rückkopplung wirkt sich vor allem auf das Frequenzverhalten aus und muss ggf. mit (teuren) optischen Isolatoren unterdrückt werden.

Bei oberflächenemittierenden Diodenlasern mit senkrechtem Resonator (vertical cavity surface-emitting laser, VCSEL) treten diese Probleme nicht auf. In VCSEL wird die Strahlung senkrecht zur Kontaktfläche emittiert, was grundsätzlich zur Realisierung runder Strahlquerschnitte genutzt werden kann. Die laseraktive Zone ist zwangsläufig sehr kurz, so dass die Resonatorsiegel eine hohe Reflektivität haben müssen. Dies lässt sich dadurch erreichen, dass man die p- und n-Schicht jeweils als distributed-Bragg Reflektor (DBR) ausbildet, wodurch Reflektivitäten von über 99 % möglich sind. Die wellenlängenspezifische Wirkung der DFB-Strukturen garantiert zudem eine gute spektrale Eigenschaften, d.h. eine schmale Linie (ca. 50 MHz) und eine gute Unempfindlichkeit gegenüber von außen rückreflektiertem Licht.

Wegen des großen freien Spektralbereiches aufgrund des kurzen Resonators ($\delta\nu = c/2L$) emittiert der VCSEL nur eine longitudinale Mode. Ein Durchstimmen des Lasers ist über einen Bereich von einigen Nanometern modensprungfrei möglich über die Änderung des Betriebsstromes, da eine Veränderung des Stromes zu einer Temperaturänderung und diese wiederum

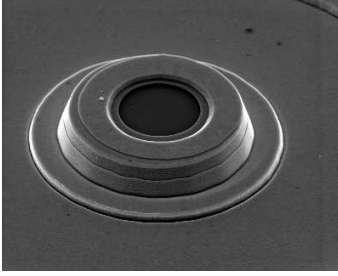


Bild 3.30.: Bauform eines VCSEL.

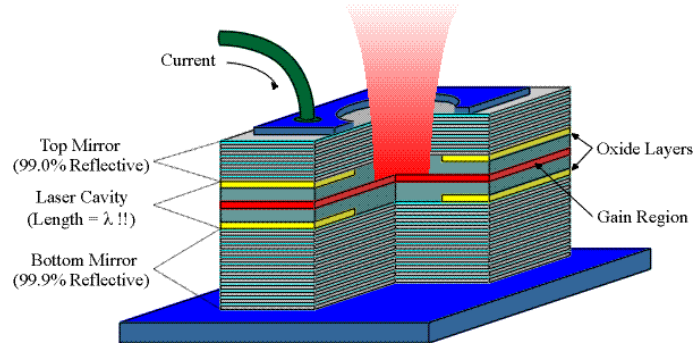


Bild 3.31.: Schematischer Aufbau eines VCSEL.

zu einen geometrischen Längenänderung führt.

VCSEL für Wellenlängen zwischen 650 nm und 1300 nm basieren praktisch ausschließlich auf GaAs, während bei Wellenlängen zwischen 1300 nm und 2000 nm (sog. langwellige VCSEL) zumindest die aktive Zone auf InP oder GaInAsN basiert.

Diodenlaser mit erweitertem Resonator

Beim bisher behandelten einfachen Diodenlaser werden die Frequenzschwankungen zu einem großen Teil durch die Schwankungen des Brechungsindex im aktiven Medium des Diodenlasers verursacht. Verlängert man die Länge des optischen Resonators z.B. dadurch, dass man die Frontfacette des Diodenlasers entspiegelt, und den dadurch wegfallenden Resonatorspiegel durch einen externen Spiegel im Abstand L_0 von der Austrittsfacette des Diodenlasers ersetzt, so wird die optische Länge $L = nL_{LD} + L_0$ eines solchen Lasers mit verlängertem Resonator (extended cavity diode laser) durch die Änderung δn des Brechungsindex im aktiven Medium nur noch zu einem Anteil beeinflusst: Bei einer Änderung des Brechungsindex in der aktiven Zone der Länge L_{LD} um δn , ändert sich die Frequenz auf

$$\begin{aligned} \nu_0 - \delta\nu &= \frac{qc}{2} \frac{1}{L_0 + L_{LD}(n + \delta n)} = \frac{qc}{2(L_0 + nL_{LD})} \frac{1}{(1 + \frac{L_{LD}\delta n}{L_0 + nL_{LD}})} \\ &\approx \frac{qc}{2(L_0 + nL_{LD})} (1 - \frac{L_{LD}}{L_0} \frac{\delta n}{n}) = \nu_0 - \nu_0 \frac{L_{LD}}{L_0} \frac{\delta n}{n}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Die Frequenzänderung ist also mit

$$\delta\nu = \nu_0 \frac{L_{LD}}{L_0} \frac{\delta n}{n} \quad (3.11)$$

um das Längenverhältnis der luftgefüllten Resonatorstrecke zur materialgefüllten Strecke unterdrückt, solange der externe Spiegel genügend störungsarm aufgebaut ist. Die Länge eines erweiterten Resonators kann bis zu 20 cm betragen.

Oft wird zur Rückkopplung ein Gitter benutzt, das durch die Gittergleichung (s. Abschnitt 4.2) $m\lambda = d(\sin\alpha - \sin\beta)$ charakterisiert ist. Im Aufbau nach **Littrow** steht das Gitter so, dass die erste Beugungsordnung in die Diode zurückreflektiert wird. Die nullte

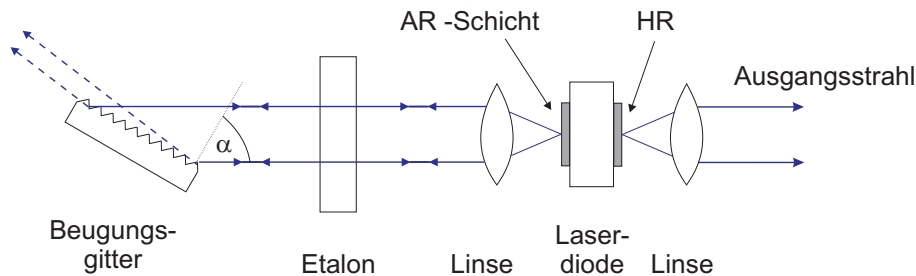


Bild 3.32.: Diodenlaser mit verlängertem Resonator in Littrow-Anordnung.

Ordnung wird zur Auskopplung benutzt (in Bild 3.32 gestrichelt). Mit einer einfachen Laserdiode kann etwa das 30-fache des freien Spektralbereiches des Laserresonators durchgestimmt werden, wobei jedoch Modensprünge auftreten. Um den Laser kontinuierlich durchstimmen zu können, müssen gleichzeitig der Drehwinkel des Gitters und die Länge des Resonators verändert werden. Ein Nachteil dieser Anordnung besteht darin, dass sich die Richtung der ausgekoppelten nullten Ordnung durch Drehung des Gitters verändert. Aus diesem Grund wird bei der Littrow-Anordnung häufig am hoch reflektierenden, rückseitigen Laserdiodenspiegel ausgekoppelt.

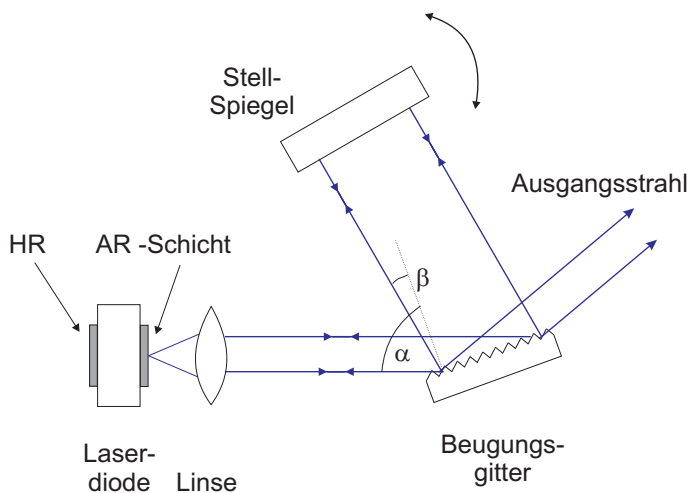


Bild 3.33.: Beim Diodenlaser mit verlängertem Resonator in Littman-Anordnung wird durch Verkipfung des Stellspiegels die Wellenlänge selektiert.

Bei der **Littman**-Anordnung fällt die erste Beugungsordnung auf einen drehbaren Stellspiegel, durch dessen Drehwinkel die Frequenz durchgestimmt wird. Da das Gitter nicht bewegt wird, bleibt auch die Richtung der genutzten nullten Ordnung stabil. Nachteil dieser Anordnung sind die zusätzlichen Reflexionen am Spiegel bzw. am Gitter, durch die sich die Resonatorverluste vergrößern.

3.6. Röntgenlaser

Übergänge in Atomen erlauben nur Lasertätigkeit bis zum nahultravioletten Spektralbereich. Für kürzere Wellenlängen eignen sich zunächst quantisierte Übergänge in einfach geladenen Ionen oder in Excimeren. Für Röntgenlicht im Wellenlängenbereich von wenigen nm verwendet

man als aktives Medium Plasmen oder freie Elektronen in Beschleunigern. Wir wollen hier einige Röntgenlasertypen erwähnen.

Röntgenlaser auf der Basis von Plasmen:

In den meisten Röntgenlasern wird das als Verstärkungsmedium verwendete hochionisierte Plasma durch linienförmige Bestrahlung eines ebenen Festkörpertargets mit einem starken Pump Laserstrahl erzeugt, wie in Abb. 3.34 skizziert.

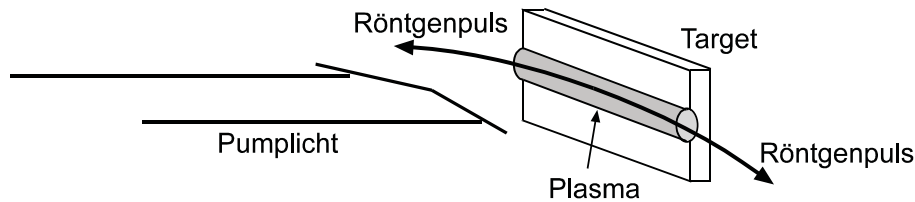


Bild 3.34.: Schema eines optisch gepumpten Röntgenlasers auf Plasmabasis.

Das entstehende heiße Plasma hat die Form eines dünnen Zylinders. Spontan emittierte Photonen können nun beim Durchlaufen des Plasmas stimulierte Emission verursachen. Diese verstärkte Spontanemission, (engl. amplified spontaneous emission, ASE) wird mangels geeigneter Spiegel direkt aus dem Plasma ausgekoppelt. Es handelt sich also eher um einen Superstrahler als um einen Laser.

Wegen des Einmaldurchlaufs des Röntgenlichts sind sehr hohe Pumpintensitäten erforderlich. Die Effizienz kann durch geeignete Anregungsschemata optimiert werden, z.B. durch die Verwendung eines ionisierenden Vorpulses, gefolgt von einem Plasma-anregenden Folgepuls, der dann die Lasertätigkeit initiiert. Vor einigen Jahren ist es auch gelungen, ein Plasma elektrisch zu erzeugen und darin mittels intensiver optischer Pumpimpulse Inversion zu erreichen.

Freie-Elektronen Laser:

Die höchsten Röntgenlaserintensitäten erreicht man mit freie-Elektronen-Lasern (FEL). Sie basieren auf der Abstrahlung von Synchrotronstrahlung bei Beschleunigung hochenergetischer Elektronen. Man beschleunigt Elektronen gepulst in einem Linearbeschleuniger auf hohe Energien. Die Synchrotronstrahlung entsteht nach Eintritt der Elektronenpakete in ein periodisch umgepoltes Magnetfeld, dem sogenannten Undulator. Die Elektronenbeschleunigung besteht also in einer aufgezwungenen „Schlingerbewegung“, wie schematisch dargestellt in Abb. 3.35. Die Elektronen werden zusätzlich von bereits abgestrahlten Photonen, die etwas schneller als die relativistischen Elektronen propagieren, beschleunigt. Magnetfeldperiode, Magnetfeldstärke und Elektronenenergie sind nun so gewählt, dass sich die durch das Magnetfeld aufgezwungene Bewegung und die Elektron-Photonwechselwirkung so aufschaukeln, dass alle schnell aufeinanderfolgenden Elektronenpakete synchron im Undulator schwingen. Dieser

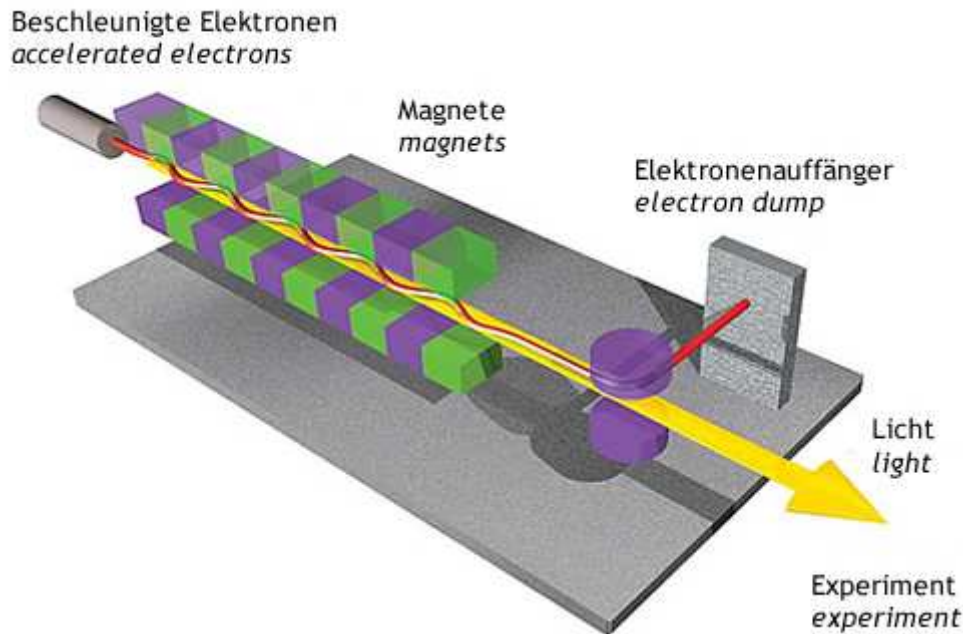


Bild 3.35.: Schema des freie-Elektronen-Lasers.

Effekt wird selbstverstärkte spontane Emission (engl. self-amplified spontaneous emission, SASE) genannt. Die abgestrahlten Photonen addieren sich zu extrem intensiven Röntgenblitzen, die zu einem gewissen Grad longitudinal kohärent sind.

Die Beschleunigung der Elektronen ist extrem aufwändig und teuer. Am DESY in Hamburg z.B. wurde ein 170 m langer Beschleuniger aus speziellen supraleitenden Niobresonatoren gebaut, die mit flüssigem Helium gekühlt werden müssen. Mit diesem Beschleuniger können Röntgenlaserblitze im Wellenlängenbereich 6 nm bis 20 nm erzeugt werden. Ein noch viel größerer, 33 km langer Beschleuniger (TESLA) ist in Vorbereitung. Seine Beschleunigungs-Resonatoren werden einige Weltjahresproduktionen von Niob verbrauchen. Er wird die Erzeugung von Röntgenlicht bei Wellenlängen von 0,1 nm bis 1 nm erlauben, aber natürlich auch für viele andere Hochenergieexperimente eingesetzt werden.

4. Optische Technologien

Für die Lasermodenselektion oder die Steuerung und Regelung kommt eine Vielzahl von optischen Elementen und Verfahren zum Einsatz, von denen wir hier eine Auswahl behandeln wollen.

4.1. Optische Dioden und Isolatoren

Optische Dioden und Isolatoren dienen zur Unterdrückung der Strahlung in einer bestimmten Richtung, z.B. einer Umlaufrichtung im Ringresonator oder der Rückreflexe in eine Laserdioden. Meistens wird ein Faraday-Rotator als nicht-reziprokes Element in Verbindung mit polarisationsselektiven Elementen eingesetzt.

Faraday-Rotatoren beruhen auf dem Faraday-Effekt, bei dem die Polarisationssebene unabhängig von der Ausbreitungsrichtung proportional zu einem longitudinalen Magnetfeld gedreht wird,

$$\begin{pmatrix} E'_x \\ E'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \alpha = V \cdot \int_0^L B(z) dz. \quad (4.1)$$

Hierbei ist V die Verdetkonstante und B das in z -Richtung anliegende Magnetfeld. Die Drehrichtung ist eine Funktion der Kristallstruktur und des Magnetfeldes. So ist je nach Vorzeichen der Verdetkonstanten die Drehrichtung rechtshändig ($-$) oder linkshändig ($+$) in Bezug auf die Magnetfeldrichtung. Die Verdetkonstante z.B. für Terbium-Gadolinium-Granat (TGG) beträgt im nah-infraroten und sichtbaren Teil des Spektrums $60 \text{ rad/Tm} \leq V \leq 100 \text{ rad/Tm}$, so dass für eine merkliche Polarisationsdrehung starke Magnetfelder erforderlich sind, die aber mit Dauermagneten z.B. aus SmCo oder NdFeB gut erreichbar sind.

Für Drehwinkel von 45° lässt sich nun ein Isolator leicht in Verbindung mit einem Polarisationsstrahlteiler realisieren, wie in Abb. 4.1 skizziert. Faraday-Isolatoren werden häufig zweistufig gebaut und erreichen eine Unterdrückung für rückreflektiertes Licht um 60 dB. Der zweistufige Aufbau hat auch den Vorteil, dass die technisch unerwünschte Polarisationsrichtung von 45° bei gegengepolten Magnetfeldern kompensiert wird. Bei einem einstufigen Faraday-Isolatoren kann die Polarisation mit einer $\lambda/2$ -Platte zurückgedreht werden.

Optische Dioden arbeiten nach einem sehr ähnlichen Prinzip. Sie werden z.B. in Ringlasern zur Unterdrückung einer Umlaufrichtung eingesetzt. Hierzu reicht häufig eine schwache Drehung der Polarisationsrichtung bereits aus, um durch erhöhte Verluste an den verschiedenen Brewsterflächen, z.B. an Farbstoffstrahl, Kristall, Etalons, Lyotfiltern etc., ein Anschwingen

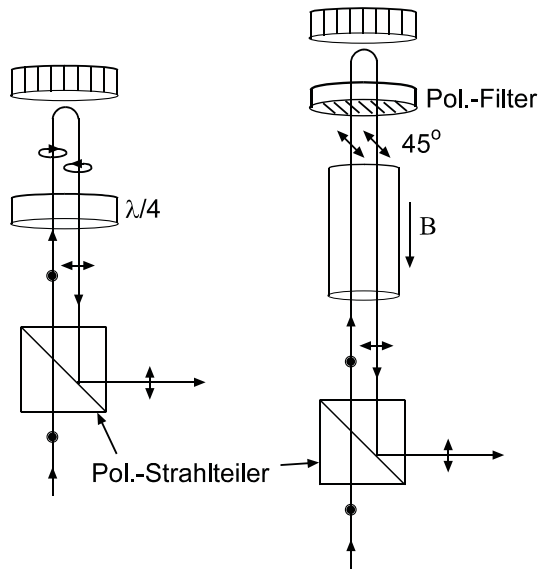


Bild 4.1.: Isolatoren für rückreflektiertes Licht mit Hilfe einer $\lambda/4$ -Platte oder eines Faraday-Rotators. In beiden Isolatoren ist die rückreflektierte Komponente in ihrer Polarisationsrichtung um 90° gedreht. Die linke Anordnung ist nur auf zirkular polarisiertes, rückreflektiertes Licht empfindlich, die rechte Anordnung mit dem Faraday-Rotator hingegen auf beliebige Reflexe oder Streulicht, wenn ein zusätzliches Polarisationsfilter eingebaut ist.

der Lasertätigkeit zu unterdrücken. Eine optische Diode besteht deshalb aus einem Faraday-Rotator, der die Polarisationsrichtung um wenige Grad dreht, und einer doppelbrechenden Platte, die für die gewünschte Strahlrichtung diese Drehung aufhebt, für die unerwünschte jedoch verstärkt. Dies ist in Bild 4.2 skizziert.

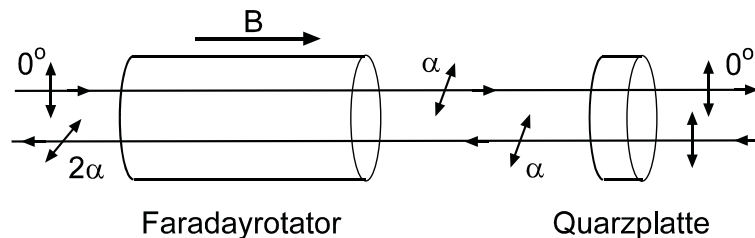


Bild 4.2.: Optische Diode als Kombination aus Faradaydreher und Quarzplatte. In der hier gezeigten speziellen Anordnung wird die Polarisationsrichtung im Faradayrotator linkshändig relativ zum Magnetfeld gedreht und in der Quarzplatte rechtshändig relativ zur Ausbreitungsrichtung des Lichtstrahls.

4.2. Frequenzselektive Elemente: Optisches Gitter und Etalon

In Lasern mit breitem Verstärkungsprofil können viele Moden anschwingen. Um Einzelmodenbetrieb zu erreichen, werden daher im Laser wellenlängenselektive Elemente benötigt. Geeignete Elemente sollten breitbandig durchstimmbar sein, kleine Verluste für die selektierte Wellenlänge verursachen und den Strahlengang beim Durchstimmen möglichst nicht verändern. Interferenzoptische Elemente können diese Bedingungen erfüllen. Wir wollen hier Gitter, Lyotfilter, Etalon und Mach-Zehnder Interferometer behandeln.

Optisches Gitter

Optische Gitter nutzen die Vielstrahlinterferenz an räumlich periodisch modulierenden Strukturen. Wie in Bild 4.3 skizziert, kommen sie als Amplitudengitter, Phasengitter oder Reflexionsgitter zum Einsatz. Wegen ihrer hohen Effizienz haben Reflexionsgitter besondere Bedeutung. Sie werden hergestellt durch Ritzen eines (Glas-)Substrates mit Diamanten und sind spezifiziert nach der Zahl der Striche/mm. Die von den einzelnen Strichen gebeugten (kohärenten) Teilwellen überlagern sich amplitudenartig und führen in Abhängigkeit von Wellenlänge und Richtung zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz. Konstruktive Interferenz tritt auf, wenn die Wellenlänge λ , der Beugungswinkel θ und Strichabstand $d = L/N$ (wie in Bild 4.3) die Gittergleichung

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (4.2)$$

erfüllen. Die ganze Zahl m ist die Beugungsordnung.

Im Reflexionsgitter in Bild 4.3 sind Stufen unter einem Winkel δ eingezeichnet, den man Blazewinkel nennt. Bei Lichteinfall senkrecht zu den Stufenflächen wird Licht der Blazewellenlänge $\lambda_B = 2d \sin \delta / m$ reflektiert. Bei dieser Wellenlänge ist das Reflexionsvermögen des Gitters maximal.

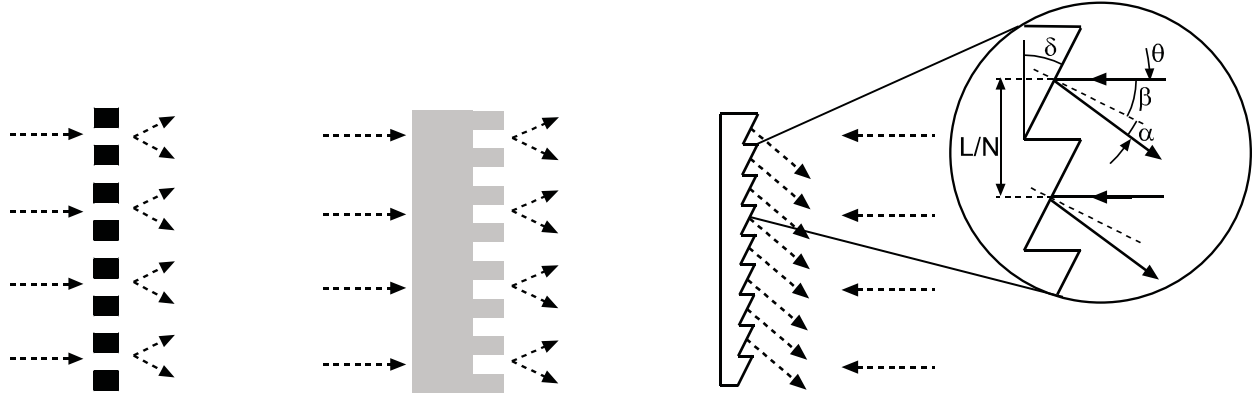


Bild 4.3.: Amplituden-, Phasen- und Reflexionsgitter.

Die mit Gln. 4.2 eingeführte Interferenzbedingung des Beugungsgitters entspricht der des Doppelspaltes. Je zwei benachbarte parallele Strahlen haben einen Gangunterschied, d.h. eine Phasendifferenz von

$$\Delta(\theta) = k \cdot \Delta l(\theta) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{L}{N} \sin \theta. \quad (4.3)$$

Die Amplituden aller Teilstrahlen addieren sich bei gleichmäßiger Ausleuchtung von N Strichen zu

$$\begin{aligned} E &= E_1 + E_2 + \dots + E_N \\ &= E_0 (1 + e^{-i\Delta} + e^{-2i\Delta} + \dots + e^{-Ni\Delta}) e^{-i\omega t} \\ &= E_0 \frac{\sin(N\Delta/2)}{\sin(\Delta/2)} e^{-i(\omega t + \frac{N-1}{2}\Delta)}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Das Beugungsmuster hat Hauptmaxima bei $\Delta = 2m\pi$ mit ganzzahligem m . Die Intensität in den Hauptmaxima ist mit $I_0 = |E_0|^2$

$$I_{max} = |E(\Delta = 2m\pi)|^2 = N^2 I_0. \quad (4.5)$$

Das erste Minimum tritt auf bei $\Delta = 2\pi/N$. Dieser Gangunterschied zwischen zwei benachbarten Strichen bedeutet, dass jeder der Striche einen $N/2$ Striche entfernten „Partner“ mit Gangunterschied π hat. Das erste Nebenmaximum erscheint bei $\Delta = 3\pi/N$. Dieses Nebenmaximum ist für große N gegenüber dem Hauptmaximum bereits um einen Faktor $I(\Delta = 3\pi/N) / I(\Delta = 2\pi) = (2/3\pi)^2 \approx 0,05$ unterdrückt.

Wir wollen nun noch die für frequenzselektive Anwendungen maßgebliche Auflösung ableiten. Nach dem Rayleigh-Kriterium werden zwei Wellenlängen λ und $\lambda + \delta\lambda$ gerade noch aufgelöst, wenn das Hauptmaximum für λ mit dem ersten Minimum für $\lambda + \delta\lambda$ zusammenfällt. Die beiden Wellenlängen haben dann einen Gangunterschied von $2\pi/N$ und werden in die gerade noch unterscheidbaren Beugungswinkel θ und $\delta\theta$ gestreut. Mit Gl. (4.3) gilt

$$\Delta(\theta + \delta\theta) - \Delta(\theta) \approx \frac{2\pi L}{\lambda} \delta\theta \cos\theta \stackrel{!}{=} \frac{2\pi}{N}, \quad (4.6)$$

in der Näherung nicht zu großer Winkel θ . Mit

$$m \delta\lambda = L \delta\theta \cos\theta = \frac{\lambda}{N} \quad (4.7)$$

ergibt sich schließlich das Auflösungsvermögen

$$\frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN. \quad (4.8)$$

Es nimmt also mit der Zahl der ausgeleuteten Striche und der Beugungsordnung linear zu und ist unabhängig vom Strichabstand L/N . In den technischen Anwendungen beschränkt man sich in der Regel wegen der mit steigender Ordnungszahl abnehmenden Beugungseffizienz jedoch auf die erste Ordnung. Dies hängt u.a. zusammen mit der Ausdehnung des Gitters in Strahlrichtung, s. Kap. 4.3.

Der Glanzwinkel δ (engl. blaze angle) wird so gewählt, dass für die gewünschte Wellenlänge die Winkel α und β gleich sind. Für diese Wellenlänge ist dann die Beugungseffizienz in die erste Ordnung maximal und kann über 90 % erreichen. Die Strichzahl wird bei optischen Wellenlängen häufig zu etwa 600/mm - 1200/mm gewählt, da dann das erste Hauptmaximum einen Winkel von etwa 10° zur nullten Ordnung hat.

Optische Gitter werden zur Modenselektion z.B. in CO₂ Lasern (Kap. 3.1.3) oder in Diodenlasern (Kap. 3.5) eingesetzt.

Etalon

Das Transmissionsspektrum eines Etalons ergibt sich aus der phasenrichtigen Überlagerung aller Teilwellen und entspricht einer Airy-Funktion. Der freie Spektralbereich ist gegeben durch

$$\Delta\nu = \frac{c}{2d\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}. \quad (4.9)$$

Durch Verkippen des Etalons um den Winkel α werden die Transmissionsmaxima zu kürzeren Wellenlängen verschoben. Bei stärkerem Verkippen überlappen sich jedoch die Teilstrahlen aufgrund des seitlichen Versatzes nicht mehr vollständig, und die Finesse nimmt ab. Dieses Auswandern (engl. Walk-off) beschränkt die Verkippen auf kleine Winkel.

Statt dicker Etalons werden manchmal auch Mach-Zehnder-Interferometer eingesetzt, wie in Abb. 4.5 skizziert. Der hier gezeigte Aufbau stellt eine spezielle Anordnung dar, wie sie zur Frequenzstabilisierung von Lasern eingesetzt wird.

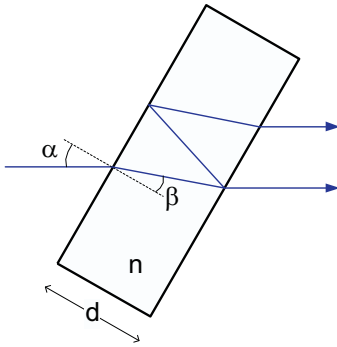


Bild 4.4.: Etalon als Vielstrahlinterferometer.

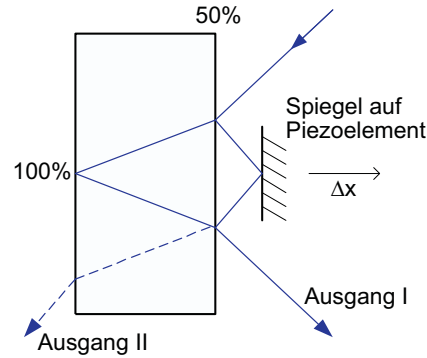


Bild 4.5.: Aufbau eines Mach-Zehnder-Interferometers.

Im Gegensatz zum Michelson-Interferometer tritt beim Mach-Zehnder-Interferometer keine Rückreflexion in den Eingangskanal auf. Die Intensitäten der beiden Teilwellen hinter den Ausgängen haben eine Phasenverschiebung von π . Bei geeignetem Längenunterschied der beiden Wege ist ein Ausgang dunkel und einer hell. Diese Eigenschaft kann zur einfachen Minimierung der Verluste benutzt werden, indem eine Regelung die Phasenverschiebung z.B. über eine piezoelektrische Verschiebung eines Spiegels wie in Abb. 4.5 so hält, dass die Leistung im nicht genutzten Ausgang minimal bleibt.

Der freie Spektralbereich ist

$$FSR = \frac{c\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}{2d(n^2 - 1)}, \quad (4.10)$$

wobei d die Dicke der Glasplatte mit dem Brechungsindex n bezeichnet.

Der Aufbau eines Farbstofflasers wie in Bild 4.6 verdeutlicht die Kombination verschiedener frequenzselektiver Elemente mit unterschiedlichen freien Spektralbereichen. Bei entsprechender Abstimmung ist Einzelmodenbetrieb möglich. Nur die Lasermode oszillieren, deren

Gesamtverluste, die sich multiplikativ aus den frequenzabhängigen Transmissionen der einzelnen Elemente ergeben, kleiner sind als die Verstärkung. Wegen der vielen Elemente mit vielen streuenden und teilreflektierenden Oberflächen ist die Laserschwelle hoch. Dazu kommen noch Verluste durch Walk-off, Absorption im laseraktiven Medium, Auskopplung von Laserleistung und Astigmatismus. Zum Astigmatismus tragen nichtsenkrechter Einfall auf sphärische Spiegel und der unter dem Brewsterwinkel aufgestellte Farbstoffstrahl bei. Durch geeignete Wahl der Dicke des Farbstoffstrahls und des Einfallswinkels auf die sphärischen Spiegel ist eine Kompensation beider Effekte möglich. Für eine Frequenzverstimmung des Lasers um klei-

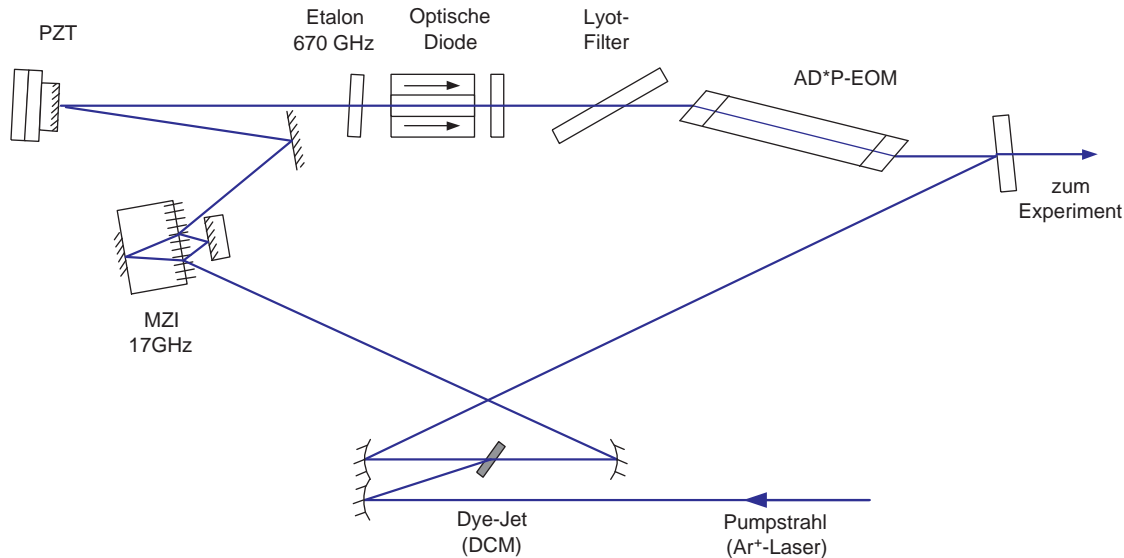


Bild 4.6.: Farbstoffringlaser mit optischer Diode für Ein-Richtungsbetrieb sowie Lyot-Filter, Etalon, Mach-Zehnder-Interferometer, Piezostellelement (PZT) und elektrooptischem Kristall (EOM) für durchstimmbaren Einzelmodenbetrieb. Ein Lyotfilter ist ein aus häufig drei doppelbrechenden Platten bestehendes Element, das eine einfache und verlustarme Vorselektion der anschwingenden Moden erlaubt. Es hat eine kleine Finesse und muss deshalb für Einmodenbetrieb durch Etalons ergänzt werden.

ne Werte von der Größe etwa des freien Spektralbereichs des Resonators genügt häufig ein piezoelektrisch gestellter Resonatorspiegel. Soll modensprungfrei weiter durchgestimmt werden als über die freien Spektralbereiche einzelner Komponenten wie der Etalons, müssen die entsprechenden Komponenten gleichzeitig nachgestellt werden.

4.3. Akustooptische und elektrooptische Modulatoren

Die bisher besprochenen Frequenzstellelemente, wie Etalonverkipfung oder Temperaturänderung eines Etalons, sind relativ langsam. Mit ihnen werden hauptsächlich thermische Drift und niederfrequente Akustik ausgeregelt.

Piezostellelemente eignen sich zum Ausregeln von Störungen bis zu Fourierfrequenzen von etwa 100 kHz. Diese obere Frequenz ist durch Resonanzen gegeben und wird nur bei kleinster Bauform und niedrigstem Gewicht der bewegten Masse erreicht.

Zum Ausregeln hochfrequenter Störungen deutlich oberhalb 100 kHz, wie sie z.B. im Farbstofflaser aufgrund schneller Fluktuationen im Farbstoffstrahl vorkommen, nutzt man schnelle akustooptische oder elektrooptische Modulatoren. Sie können Regelbandbreiten bis in den MHz Bereich erreichen.

Akustooptischer Modulator

In einem akustooptischen Modulator werden in einem glasartigen Material mit hoher Schallgeschwindigkeit, wie z.B. PbMoO_4 oder TeO_2 , Ultraschallwellen durch ein Piezoelement (RF-Transducer) angeregt, wie in Bild 4.7 skizziert.

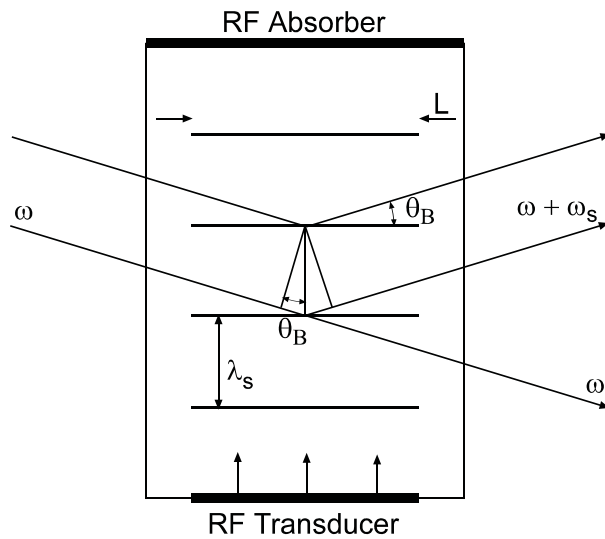


Bild 4.7.: Beugung im akustooptischen Modulator. Das Gitter entsteht durch eine laufende Schallwelle mit Periodenlänge λ_s , die den Brechungsindex moduliert.

Die Schallwelle mit Kreisfrequenz ω_s und Periodenlänge λ_s propagiert durch den Kristall und wird in einem Absorber gedämpft. Dadurch entsteht eine akustisch induzierte, periodische Dichtemodulation des Brechungsindex n_0 ,

$$n(x,t) = n_0 + \delta n(x,t) = n_0 + \delta n_0 \cos(\omega_s t - k_s x). \quad (4.11)$$

Ein seitlich zur Schallausbreitung auftreffender Lichtstrahl erfährt eine ortsabhängige, periodische Phasenverschiebung wie einem bewegten Beugungsgitter. Genau wie am optischen Gitter kann der Lichtstrahl in verschiedene Ordnungen gebeugt werden. Ist das Ultraschallfeld jedoch ausgedehnt (mit Tiefenausdehnung $L \gg \lambda_s^2/\lambda$), sind die höheren Ordnungen unterdrückt und es können Beugungseffizienzen in die erste Ordnung bis 90 % erreicht werden. Diese Situation entspricht der Bragg-Streuung, während die Beugung an einem dünnen Ultraschallfeld mit vielen Beugungsordnungen wie bei einem optischen Reflexionsgitter dem Raman-Nath-Bereich entspricht (vergl. Kap. 4.2).

Die Bragg-Bedingung zur Streuung in die erste Ordnung lautet

$$\lambda = 2\lambda_s \sin \theta_B. \quad (4.12)$$

Diese Bedingung entspricht einem Wegunterschied von λ für zwei an benachbarten Gitterebenen gebeugten Lichtstrahlen. Während im Raman-Nath-Bereich also der Eingangswinkel beliebig ist und Beugung in alle Ordnungen auftritt, gilt für den Bragg-Bereich eine Bedingung für den Eingangswinkel, wobei aber dann die Beugungseffizienz in die z.B. erste Ordnung maximal ist.

Die Bragg-Bedingung entspricht einer Bedingung zur Impuls- und Energieerhaltung. So gilt für die erste Ordnung

$$\omega_2 = \omega_1 \pm \omega_s \quad \text{und} \quad \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 \pm \mathbf{k}_s, \quad (4.13)$$

wobei Wellenvektor und Impuls über $p = \hbar k = \hbar n_0 \omega / c$ zusammenhängen.

Der Beugungswinkel des Laserstrahls hängt von der Frequenz der anregenden Ultraschallwelle ab, da der übertragene Impuls mit steigender Frequenz der Schallwelle größer wird. Kommerzielle akustooptische Modulatoren haben meist Frequenzen zwischen 40 und 500 MHz. Aus Gründen der Beugungseffizienz werden meist die 1. oder die -1. Beugungsordnung genutzt. Die Beugungseffizienz hängt von der Leistung der Ultraschallwelle ab. Damit stellt der akustooptische Modulator ein Element dar, bei dem sowohl die Amplitude des durchtretenden Laserlichts durch die an den Piezowandler angelegte Hochfrequenzleistung als auch die Frequenz des gebeugten Laserlichts durch die Frequenz der angelegten Hochfrequenzleistung eingestellt werden können. Die im akustooptischen Modulator in ihrer Frequenz versetzten Laserstrahlen können aufgrund ihrer unterschiedlichen Ablenkwinkel leicht vom unversetzten Laserstrahl getrennt werden. Bei einer Frequenzänderung ist die damit verbundene Änderung des Beugungswinkels zu beachten.

Die Modulationsbandbreite des AOMs ist begrenzt durch die endliche Schallgeschwindigkeit v_s und die Ausdehnung des Laserstrahls Δx . Eine Modulation kann nicht schneller sein als die Zeit, die die Schallwelle zum Durchlauf durch den Laserstrahl benötigt. Die Bandbreite $\Delta \nu$ ist also etwa

$$\Delta \nu = \frac{v_s}{\Delta x} = \frac{\lambda_s \nu_s}{\Delta x}, \quad (4.14)$$

wobei $\nu_s = v_s / \lambda_s$ die Schallfrequenz bezeichnet. Um die typischen Bandbreiten der Transducer von einigen 10 MHz zu erreichen, muss also ausreichend fokussiert werden.

AOMs sind vielseitig einsetzbar. Die folgende Tabelle zeigt - etwas vereinfachend - anhand der Betriebsparameterkombinationen einige Optionen.

Elektrooptischer Modulator

Die lineare Abhängigkeit des Brechungsindex von einem äußeren elektrischen Feld bezeichnet man als elektrooptischen Effekt oder Pockelseffekt. Eine quadratische Abhängigkeit

Schalter	Schreiber	Frequenzversetzer	Amplitudensteller
ω_S konstant	ω_S veränderlich	ω_S konstant	ω_S konstant
P_S schalten	P_S konst./maximal	P_S konst./maximal	P_S stellen

Tabelle 4.1.: Betriebsoptionen für AOMs. ω_S und P_S sind die Kreisfrequenz und die Leistung der Schallwelle.

bezeichnet man als optischen Kerr-Effekt. Der Kerr-Effekt tritt in allen Materialien auf, der Pockelseffekt in Kristallen ohne Inversionszentrum. Mikroskopischer Hintergrund ist eine Ladungsverschiebung im äußeren Feld, die die Reaktion eines Materials auf eine durchlaufende optische Welle beeinflusst. Die Ladungsverschiebung kann langsam durch eine Rotation polarisierter Moleküle oder sehr schnell durch eine Verschiebung von Elektronen gegenüber Ionenrümpfen, z.B. in Kristallen, erfolgen.

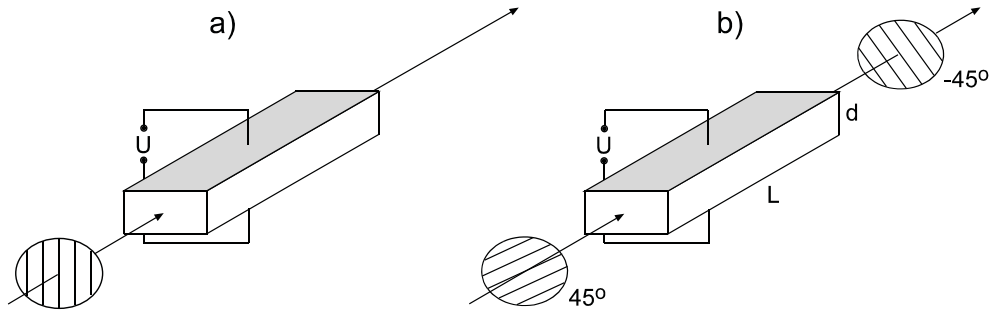


Bild 4.8.: Elektrooptischer Kristall als Phasenmodulator in a) und als Amplitudenmodulator in b).

Die Materialparameter, die die Stärke der Brechungsindexänderung aufgrund des äußeren Feldes beschreiben, sind i.a. tensorielle Größen. Wir betrachten hier die geometrisch einfache Anordnung wie in Bild 4.8 a), in der ein homogenes elektrisches Feld in z -Richtung angelegt und auch das durchlaufende Licht in z -Richtung polarisiert sind. Der Brechungsindex lautet nun

$$n = n_0 + \underbrace{\frac{1}{2} n_0^3 r_{zz} E_z}_{\text{Pockels-Effekt}} + \underbrace{\frac{1}{2} n_0^3 s_{zzz} E_z^2}_{\text{Kerr-Effekt}}. \quad (4.15)$$

Hierbei sind r_{zz} und s_{zzz} die Tensorelemente, die die Änderung des Brechungsindex in z -Richtung bei Anlegen eines elektrischen Feldes in z -Richtung angeben. Eine Lichtwelle erfährt eine vom elektrischen Feld abhängige, zusätzliche Phasenverschiebung

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n - n_0) L = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{1}{2} n_0^3 r_{zz} E_z L, \quad (4.16)$$

wobei wir uns hier und im weiteren auf den Pockels-Effekt beschränken. Wird das elektrische

Feld durch eine Spannung $U = E_z d$ erzeugt, ergibt sich

$$\phi = \frac{n_0^3 r_{zz}}{\lambda} \frac{L}{d} \pi U = \pi \frac{U}{V_\pi} \quad (4.17)$$

mit der Halbwellenspannung

$$V_\pi = \frac{\lambda}{n_0^3 r_{zz}} \frac{d}{L}, \quad (4.18)$$

die angibt, bei welcher Spannung V_π eine Phasenverschiebung $\phi = \pi$ erreicht wird.

Bei Modulation mit einer Kreisfrequenz Ω hat das Licht die zeitliche Phasenentwicklung

$$\phi(t) = \omega_0 t + m \sin \Omega t \quad \text{und} \quad E(t) = E_0 e^{-i\omega_0 t} e^{-im \sin \Omega t}, \quad (4.19)$$

wobei ω_0 die unmodulierte Trägerfrequenz des Lichtes ist.

Der Parameter m wird Modulationsindex genannt und hängt mit den Materialparametern über

$$m = \frac{\omega_0}{2c} r_{zz} n_0^3 U \frac{L}{d} \quad (4.20)$$

zusammen. Die instantane Frequenz lautet

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} \phi(t) = \omega_0 + m \Omega \cos \Omega t, \quad (4.21)$$

mit dem Modulationshub $M = m\Omega$.

Man kann nun unterscheiden zwischen Phasenmodulation mit $m < 1$ und Frequenzmodulation mit $m \geq 1$, wobei diese Unterscheidung nicht streng ist, sondern eher einem Sprachgebrauch entspricht. Bei sinusförmiger Modulation mit kleinem Phasenhub $\Delta\phi \ll 2\pi$ entstehen zwei Seitenbänder im Frequenzabstand Ω ohne merkliche Abschwächung des Trägers. Bei großem Hub kommen immer mehr Seitenbänder in den Abständen $\pm 2\Omega, \pm 3\Omega, \dots$ hinzu und die Intensität verteilt sich auf diese Bänder. Um die relativen Amplituden zu berechnen, entwickelt man den $e^{-im \sin \Omega t}$ -Term in Gl. (4.19) in Besselfunktionen, die eine einfache Fourierzerlegung erlauben,

$$\begin{aligned} e^{-im \sin \Omega t} &= J_0(m) + 2(J_2(m) \cos(2\Omega t) + J_4(m) \cos(4\Omega t) + \dots) \\ &\quad - 2i(J_1(m) \cos(\Omega t) + J_3(m) \cos(3\Omega t) + \dots). \end{aligned} \quad (4.22)$$

Für die Feldstärke $E(t)$ aus Gl. (4.19) folgt die Fourierzerlegung

$$\begin{aligned} E(t) &= E_0 e^{-i\omega_0 t} (J_0(m) + J_1(m)(e^{-i\Omega t} - e^{i\Omega t}) + J_2(m)(e^{-i2\Omega t} - e^{i2\Omega t}) \\ &\quad + J_3(m)(e^{-i3\Omega t} - e^{i3\Omega t}) + \dots) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Die Intensität des i ten Seitenbandes ist proportional zu $J_i^2(m)$. In Bild 4.9 a) sind die Besselfunktionen $J_0(m)$ bis $J_3(m)$ dargestellt. Die erste Nullstelle von $J_0(m)$ liegt bei $m = 2,4$, so dass für diesen Modulationsindex der Träger vollständig unterdrückt ist. In Bild 4.9 b) sind

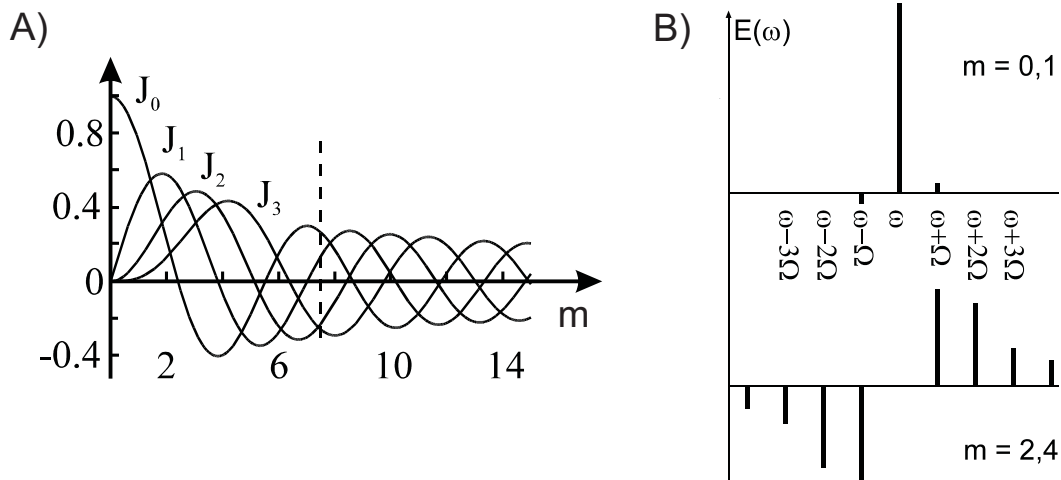


Bild 4.9.: a) Besselfunktionen erster Art und b) die Amplituden der Seitenbänder für Modulationsindizes $m = 0,1$ und $m = 2,4$.

die Feldstärken der ersten Besselfunktionen für Modulationsindizes $m = 0,1$ und $m = 2,4$ dargestellt. Zu beachten ist die Gegenphasigkeit der Seitenbänder, die in Gl. (4.23) am unterschiedlichen Vorzeichen für die Ω und $-\Omega$ zu erkennen ist.

Die Phasenmodulator-Anordnung aus Bild 4.8 a) kann als schnelles Stellelement benutzt werden, wie in Bild 4.6 skizziert. Der EOM wird z.B. eingesetzt, um die sehr schnellen Dickschwankungen des Farbstoffstrahls im Farbstofflaser zu kompensieren, die zu sehr schnellen Frequenzschwankungen des Laserlichts führen.

Ist die Polarisationsrichtung des einfallenden Laserstrahls um 45° geneigt gegenüber der Richtung der elektrischen Feldstärke und durchläuft das Licht einen gekreuzten Ausgangspolarisator, arbeitet der EOM als Amplitudenmodulator. Durch die 45° -Stellung wird die Lichtpolarisation gedreht und am Ausgangspolarisator setzt sich diese Polarisationsdrehung in eine Amplitudenänderung um. Bei der Halbwellenspannung ist im gezeigten Aufbau die Transmission maximal, da die Polarisation gerade um 90° gedreht wurde.

Häufig verwendete elektrooptische Materialien sind Ammoniumdihydrogenphosphat (ADP), Kaliumdihydrogenphosphat (KDP), Lithiumtantalat (LiTaO_3) oder Lithiumniobat (LiNbO_3). Typische Werte des Pockelskoeffizienten r liegen im Bereich $10^{-12} \dots 10^{-10} \text{ m/V}$ und die des Kerr-Koeffizienten s im Bereich $10^{-18} \dots 10^{-14} \text{ m}^2/\text{V}^2$.

4.4. Nichtlineare Optik

Die hohe verfügbare Leistung in Lasern erlaubt es, nichtlineare Effekte bei der Wechselwirkung der Laserstrahlung mit Materie zu nutzen. Bei kleiner Lichtintensität hängt die Polarisation $P(E)$ in einem Medium linear vom anregenden Feld ab. Der Proportionalitätsfaktor ist durch die Suszeptibilität χ_1 gegeben. Die Erweiterung auf nichtlineare Polarisationsänderungen kann

man als Reihe schreiben

$$P(E) = \varepsilon_0 (\chi_1 E + \chi_2 E^2 + \chi_3 E^3 + \dots) . \quad (4.1)$$

Das heißt, die nichtlinearen „ χ_2 “-Prozesse nehmen an Gewicht quadratisch mit der Feldstärke, also linear mit der Intensität zu, die „ χ_3 “-Prozesse mit der dritten Potenz der Feldstärke usw.

Die Suszeptibilitäten sind i.A. tensorielle Größen. Wir betrachten hier zunächst die skalare Vereinfachung und dabei speziell den χ_2 -**Term**. Fallen zwei elektromagnetische Wellen mit den Feldstärken E_1 und E_2 und unterschiedlicher Frequenz auf das Medium, enthält die Gesamtfeldstärke in der zweiten Ordnung neben den doppelten Frequenzen $2\omega_1$ und $2\omega_2$ die Frequenzsumme $\omega_1 + \omega_2$, die Frequenzdifferenz $\omega_1 - \omega_2$ und einen gleichgerichteten Anteil,

$$\begin{aligned} E^2 &= (E_1 + E_2)^2 \\ &= E_{01}^2 \cos^2 \omega_1 t + E_{02}^2 \cos^2 \omega_2 t + 2E_{01}E_{02} \cos \omega_1 t \cos \omega_2 t \\ &= E_{01}^2 \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega_1 t) + E_{02}^2 \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega_2 t) + E_{01}E_{02} (\cos(\omega_1 - \omega_2)t - \cos(\omega_1 + \omega_2)t) . \end{aligned} \quad (4.2)$$

Wegen der Energie- und Impulserhaltung muss bei den jeweiligen Prozessen für die Frequenz bzw. Wellenlänge gelten

$$\omega_3 = 2\omega_1; \quad \omega_3 = 2\omega_2 \quad \text{bzw.} \quad \omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad \text{oder} \quad \omega_3 = \omega_1 - \omega_2 \quad (4.3)$$

$$\vec{k}_3 = 2\vec{k}_1; \quad \vec{k}_3 = 2\vec{k}_2 \quad \text{bzw.} \quad \vec{k}_3 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad \text{oder} \quad \vec{k}_3 = \vec{k}_1 - \vec{k}_2 . \quad (4.4)$$

Die entsprechenden Prozesse werden Frequenzverdopplung (second harmonic generation, SHG), Summenfrequenzbildung (sum frequency generation, SFG) und Differenzfrequenzbildung (difference frequency generation, DFG) genannt. Sie sind in Bild 4.1 skizziert.

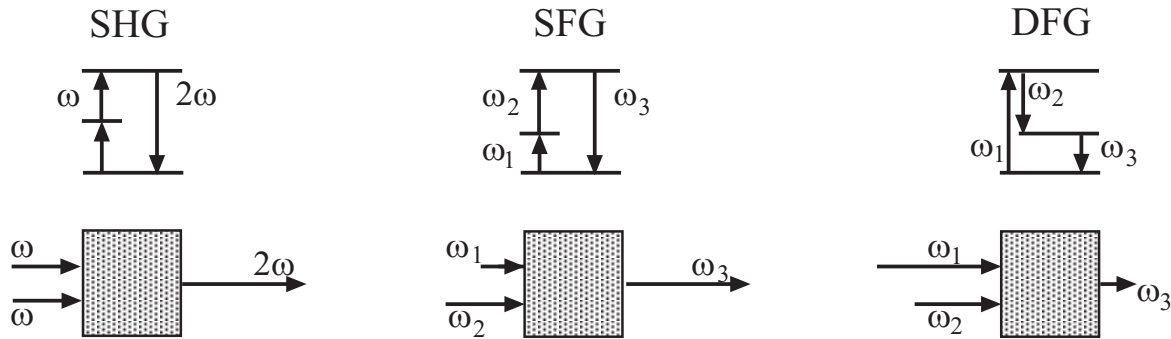


Bild 4.1.: Prinzipskizzen zu Frequenzverdopplung (second harmonic generation, SHG), Summenfrequenzbildung (sum frequency generation, SFG) und Differenzfrequenzbildung (difference frequency generation, DFG).

Man sieht, dass die Frequenzverdopplung einer Summenfrequenzbildung zweier Photonen gleicher Frequenz entspricht. Wichtige Kristalle, in denen diese „ χ_2 “-Prozesse stattfinden können, sind Kaliumdihydrogenphosphat (KH_2PO_4 , KDP), Kaliumtitanylphosphat (KTiOPO_4 ,

KTP), β -Bariumborat ($\beta\text{BaB}_2\text{O}_6$, BBO), Lithiumtriborat (LiB_3O_5 , LBO), Lithiumiodat (LiIO_3), Lithiumniobat (LiNbO_3), Kaliumniobat (KNbO_3). Diese Materialien zeichnen sich durch hohe Umwandlungseffizienz bei moderater Zerstörschwelle (Lithiumiodat, Lithiumniobat, KTP) oder eher hoher Zerstörschwelle bei moderater Umwandlungseffizienz (KDP, BBO, LBO) aus. Die meisten der Kristalle sind hydrophob und verlieren ihre Transparenz in feuchter Umgebung.

4.4.1. Phasenanpassung, Frequenzverdopplung

Anhand der Frequenzverdopplung (second harmonic generation, SHG) wollen wir die Phasenanpassung besprechen, die eine Grundvoraussetzung für allen oben beschriebenen Arten der Frequenzumsetzung ist.

Bei der Frequenzverdopplung handelt es sich im Prinzip um eine Summenfrequenzbildung, bei der die Eingangsfrequenzen gleich groß sind. Im Medium mit einer nichtlinearen Suszeptibilität zweiter Ordnung χ_2 erzeugt das elektrische Feld mit der Fundamentalfrequenz $\omega = 2\pi\nu$ eine Polarisationswelle bei der Frequenz 2ω , die „zweite Harmonische“. Im Vergleich hierzu entsteht in einem reinen χ_3 -Medium keine frequenzverdoppelte, sondern eine frequenzverdreifachte Welle.

Maximale Intensität längs der eingestrahnten Welle tritt auf, wenn die zweite Harmonische mit der gleichen Geschwindigkeit propagiert wie die eingestrahlte Welle und es nicht zu destruktiver Interferenz aufgrund auseinanderlaufender Phasen kommt. Es muss also

$$c(\omega) = c(2\omega) \quad \text{bzw.} \quad n(\omega) = n(2\omega) \quad (4.5)$$

sein.

Der Brechungsindex $n(\omega)$ ist frequenzabhängig und nur in besonderen Fällen kann die Phasenanpassbedingung erfüllt werden, z.B. in doppelbrechenden Kristallen. In doppelbrechenden Kristallen sind die Ausbreitungsgeschwindigkeiten für den ordentlichen Strahl und für den außerordentlichen Strahl verschieden. Die Suszeptibilität ist in diesen Kristallen ein Tensor, so dass z.B. auch ein Feld in y-Richtung zu einer Polarisation in x-Richtung führen kann. Für die i -Komponente der Polarisation $\vec{P} = \{P_x, P_y, P_z\}$ zweiter Ordnung folgt

$$P_i = \sum_{j,k=1}^3 \chi_{i,j,k}^{(2)} E_j E_k. \quad (4.6)$$

Der ordentliche Strahl hat in alle Raumrichtungen den gleichen Brechungsindex n_o , während der Brechungsindex des außerordentlichen Strahls n_e vom Winkel zwischen Ausbreitungsrichtung und optischer Achse abhängt. Die optische Achse ist die Richtung, in der beide Strahlen die gleiche Ausbreitungsgeschwindigkeit haben. Man spricht von einachsiger negativer Doppelbrechung, wenn der Brechungsindex des ordentlichen Strahls größer ist als der des außerordentlichen Strahls ($n_o > n_e$), im umgekehrten Fall spricht man von einachsiger positiver Doppelbrechung ($n_e > n_o$).

Phasenanpassung kann man nun dadurch erreichen, dass man durch geeignete Wahl der Strahlrichtung der Brechungsindexsprung aufgrund der Doppelbrechung gerade den Brechungsindexunterschied aufgrund der Dispersion kompensiert. In einigen speziellen Fällen sind die Temperaturabhängigkeiten für $n_o(T)$ und $n_e(T)$ unterschiedlich. Hier kann durch Einstellen der Temperatur die Phasenanpassung abgeglichen werden.

Beispiel 4.1 Strahlung mit $\lambda = 846$ nm lässt sich in einem auf -12°C gekühlten KNbO_3 - Kristall frequenzverdoppeln. Für die Verdopplung von Nd:YAG Licht bei 1064 nm eignet sich ein auf 146°C geheizter LBO - Kristall. Hier tritt die verdoppelte Strahlung mit einer gegenüber der einfallenden Welle um 90° gedrehten Polarisationsrichtung aus.

Wir wollen das erforderliche Maß der Phasenanpassung nun noch einen Schritt genauer betrachten. Aus der Gl. 4.5 folgt mit $c = \lambda\nu$ und $k = 2\pi/\lambda$ sowie $p = \hbar k$, dass diese Bedingung der Impulserhaltung $p(2\omega) = 2p(\omega)$ entspricht, so dass also für ideale Phasenanpassung

$$\Delta k = 2k(\omega) - k(2\omega) \quad (4.7)$$

sein sollte. Die Feldstärke $E(2\omega)$ der frequenzverdoppelten Welle ist proportional zur Polarisation $P(2\omega) \sim E_0^2 \cos^2 \omega t := E^2(\omega)$. Wir erhalten $E(2\omega)$ nach Durchlaufen des nichtlinearen Mediums der Länge L durch Integration und unter Berücksichtigung der eben erwähnten Phasenanpassung. Wir nehmen an, dass die Feldstärke zu Beginn null ist ($E(2\omega, z=0) = 0$) und dass die Feldstärke der anregenden Pumpwelle $E(\omega)$ konstant bleibt (schwache Konversion). Mit der Phasenfehlanpassung Δk ergibt sich

$$E(2\omega, L) = \alpha \int_{z=0}^L \chi_2 E^2(\omega) \cos(\Delta k z/2) dz = \alpha \chi_2 E^2(\omega) \frac{\sin(\Delta k L/2)}{(\Delta k L/2)}. \quad (4.8)$$

Für die Intensität folgt

$$I(2\omega) = |E(2\omega, L)|^2 = \alpha^2 I^2(\omega) \chi_2^2 \frac{\sin^2(\Delta k L/2)}{(\Delta k L/2)^2}. \quad (4.9)$$

Die Oszillation der Intensität als Funktion von $\Delta k L/2$ ist in Bild 4.3 dargestellt. Die halbe Periode dieser Oszillation bezeichnet man als Kohärenzlänge L_c ,

$$L_c = \frac{\pi}{\Delta k} = \frac{\lambda_0}{4[n(\omega) - n(2\omega)]}. \quad (4.10)$$

Die Kohärenzlänge ist ein Maß für die Kristalllänge, bei der eine Frequenzumwandlung effizient ist.

Da die nichtlinearen Koeffizienten meist sehr klein sind, wird häufig die Leistungsüberhöhung im Resonator zur effizienten Verdopplung ausgenutzt. Ferner wird der Pumpstrahl auf den Kristall fokussiert, um hohe Intensitäten zu erreichen. Es ist aber nicht günstig, so hart wie möglich zu fokussieren, da dann die Wechselwirkungslänge abnimmt. Nach Kleinman und Boyd ist die Verdopplung am effizientesten, wenn die Kristall etwa dreimal so lang ist wie die Rayleighlänge, bzw. 1,5 mal so lang wie der konfokale Parameter. Auf die umfangreiche Herleitung wollen wir hier nicht eingehen.

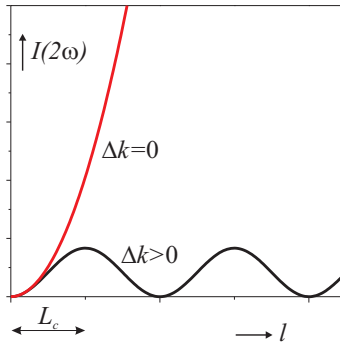


Bild 4.2.: Intensität der zweiten Harmonischen mit und ohne Phasenfehlanpassung.

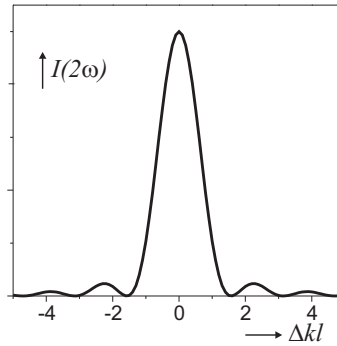


Bild 4.3.: Intensität der zweiten Harmonischen in Abhängigkeit von der Phasenfehlanpassung.

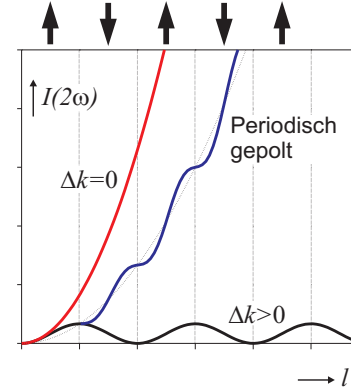


Bild 4.4.: Intensität der zweiten Harmonischen bei einem periodisch gepolten Kristall.

Eine weitere Möglichkeit der Phasenanpassung ist der Einsatz von periodisch gepolten Kristallen. Wenn der Kristall so strukturiert wird, dass nach der Kohärenzlänge das Vorzeichen der Nichtlinearität umgedreht wird, wird die Phasenverschiebung wieder abgebaut. Es wird eine räumlich alternierende Polarisation „eingefroren“. Zur Herstellung werden zum Beispiel positiv und negativ gepolte Elektroden alternierend an ferroelektrischen Kristallen angebracht. Durch Anlegen einer Spannung man eine periodische Polung. Zu den erfolgreich verwendeten Kristallen gehören LiNbO_3 und KTiOPO_4 (KTP). Diese Kristalle werden häufig mit PPLN (periodically poled LiNbO_3 , ausgesprochen: „*piplin*“) und entsprechend PPKTP bezeichnet.

Das Hauptanwendungsfeld der frequenzverdoppelten Strahlung ist die Bereitstellung von Laserlicht in Wellenlängenbereichen, in denen sonst keine geeigneten Laser zur Verfügung stehen. Das vielleicht bekannteste Beispiel ist der frequenzverdoppelte Nd:YAG Laser ($1064 \text{ nm} \rightarrow 532 \text{ nm}$).

4.4.2. Parametrische Verstärker und Oszillatoren

Neben der Frequenzverdopplung ist die Summen-/Differenzfrequenzerzeugung der wichtigste nichtlineare Prozess. Große technologische Bedeutung hat die parametrische Verstärkung auf der Basis der Differenzfrequenzerzeugung erlangt. Dazu werden in einem nichtlinearen Kristall mit möglichst großen χ_2 eine intensive Pumpwelle mit der Frequenz ω_p und eine zu verstärkende Signalwelle ω_s eingestrahlt. Dabei entsteht zusätzlich eine sogenannte Idler-Welle mit der Differenzfrequenz ω_i , wobei gilt

$$\omega_i = \omega_p - \omega_s \quad \text{und} \quad \vec{k}_i = \vec{k}_p - \vec{k}_s. \quad (4.11)$$

Dies ist in Bild 4.5 skizziert, wobei die Linienlängen die Frequenzen und die Linienstärken die Intensitäten veranschaulichen sollen.

Für eine effiziente Verstärkung der Signalwelle ist neben einem großen χ_2 eine Phasenanpassung aller drei beteiligten Wellen erforderlich. Man spricht bei diesem Prozess von **parametrischer Verstärkung**.

Der **optisch-parametrische Oszillator, OPO** besteht zusätzlich noch aus Spiegeln, die bei den gewünschten Wellenlängen maximal reflektieren, wie in Bild 4.5 skizziert. Der einfach resonante OPO reflektiert maximal bei der Signalwellenlänge, um hierfür eine Signalüberhöhung zu erhalten, der doppelt resonante zusätzlich bei der Idler-Wellenlänge, was eine höhere Effizienz, jedoch auch einen komplizierteren Aufbau bzw. Justage bedeutet. Der OPO schwingt aus dem Rauschen bei derjenigen Kombination aus Signal- und Idlerwellenlängen an, bei der das gesamte System die höchste Effizienz hat.

Natürlich lassen sich bei geeigneter Wahl der Spiegel sowohl Signal- als auch Idlerwelle nutzen. Die Bezeichnung Signal- bzw. Idlerwelle ist im Grunde willkürlich, eine gewisse Konvention besteht darin, die Welle mit der kürzesten Wellenlänge als Pumpwelle zu bezeichnen und die mit der längsten Wellenlänge als Idler-Welle.

Da für OPO verwendbare nichtlineare Kristalle in der Regel eine sehr viel größere Bandbreite haben als Laserverstärkungsmedien, eignen sich OPOs zur durchstimmbaren Erzeugung von Wellenlängen, bei denen es keine geeigneten Lasermedien gibt. Dies wird vor allem im infraroten Spektralbereich um 2 - 4 μm ausgenutzt.

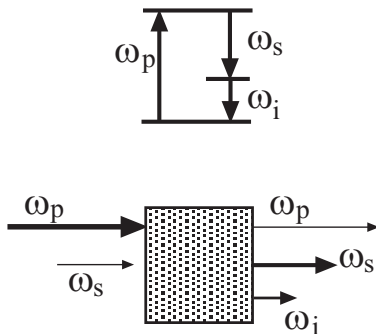


Bild 4.5.: Prinzipskizze des parametrischen Prozesses.

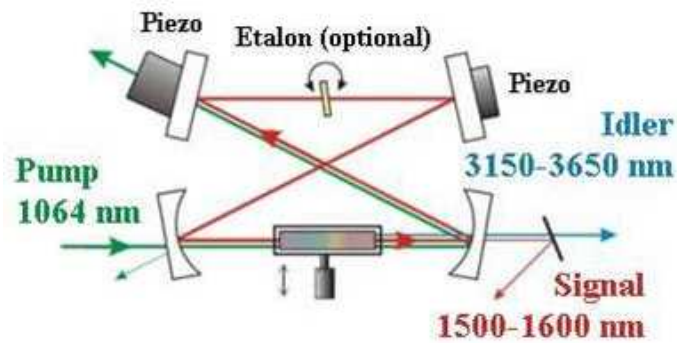


Bild 4.6.: Skizze eines experimentellen Aufbaus für einen OPO.

5. Laserdynamik

Bisher haben wir Laser hauptsächlich im Dauerstrichbetrieb (cw, continuous wave) betrachtet. Nur im Kapitel 1.5 über optische Verstärkung haben wir untersucht, wie sich die Besetzungszahlen der Laserniveaus bei Einschalten des Pumplichtes zeitlich verhalten. Ziel war jedoch nicht die Untersuchung der Dynamik sondern die Herleitung der Sättigungsintensität.

In diesem Kapitel wollen wir zunächst das Einschwingverhalten eines Lasers und Laserspiking in allgemeiner Form behandeln. Treibt man das Schwingen von Besetzungszahlen der Laserniveaus und damit von der Zahl der Laserphotonen aktiv an, gelangt man zu gepulsten Lasern, denen sich die weiteren Kapitel widmen.

5.1. Relaxationsoszillationen

Kein Laser reagiert instantan auf Änderungen der Pumpleistung, wie beim Einschalten, oder auf Störungen des Gleichgewichtszustandes. Abhängig von den verschiedenen Zeitkonstanten, wie spontane Lebensdauer des oberen Laserniveaus, Resonatorlebensdauer oder inverse Pumprate, gewährleisten manche Laser einen stabilen Dauerstrichbetrieb, während andere Schwingneigung zeigen. Diese Schwingneigung äußert sich im sogenannten spiking bzw. in Relaxationsoszillationen.

Wir nehmen Bezug auf die Ratengleichungen (1.59,1.60), schreiben diese aber in ein gekoppeltes Gleichungssystem für die Besetzungszahlinversion $N = N_2 - N_1$ und die Zahl der Laserphotonen \tilde{n} im Resonator um

$$\frac{dN}{dt} = \underbrace{-\hat{\sigma} \tilde{n} N}_{stim.Em.} \underbrace{-\gamma_N N}_{spon.Em.} \underbrace{+ P}_{Pumprate}, \quad (5.1)$$

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = \underbrace{\hat{\sigma} \tilde{n} N}_{stim.Em.} \underbrace{-\gamma_n \tilde{n}}_{Verluste}. \quad (5.2)$$

Im Vergleich zu den Ratengleichungen (1.59,1.60) betrachten wir die vereinfachte Situation, dass die spontane Emission nur vom Zustand 2 in Zustand 1 stattfindet, und wir beziehen die Pumprate auf die Besetzungszahlinversion. Besetzungszahlinversion wird abgebaut durch spontane Emission mit der Rate γ_N und durch stimulierte Emission, die proportional ist zur Zahl der Laserphotonen \tilde{n} und zum Wirkungsquerschnitt $\hat{\sigma}$, und sie wird aufgebaut durch die Pumprate. Die Zahl der Laserphotonen wächst mit der Verstärkung $\hat{\sigma} N$, solange dieser Wert positiv ist, und sie nimmt mit der Resonatorverlustrate γ_n aufgrund von Auskopplung,

Beugung und anderer Streu- und Reflexionsverluste ab. Die spektrale Form des Wirkungsquerschnitt ist an dieser Stelle nicht relevant, so dass wir dafür eine Konstante geschrieben haben.

Für das Gleichungssystem (5.1,5.2), das die nichtlinearen Mischterme $\tilde{n} N$ enthält, ist keine geschlossene analytische Lösung bekannt. Intuitiv erwartet man abhängig von der relativen Größe der drei Raten P , γ_N und γ_n unterschiedliches Verhalten beim Einschalten des Lasers und bei seiner Reaktion auf Störungen des Gleichgewichtszustandes.

Wir wollen nun zwei Fälle unterscheiden: **i)** den Gleichgewichtszustand und **ii)** spiking und Relaxationsschwingungen.

i) Im Gleichgewicht gilt $\frac{dN}{dt} = 0$ und $\frac{d\tilde{n}}{dt} = 0$. Daraus folgt für die Besetzungszahlinversion

$$\frac{d\tilde{n}}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{N} = \frac{\gamma_n}{\hat{\sigma}}. \quad (5.3)$$

Die Verstärkung $\bar{N}\hat{\sigma}$ stellt sich also so ein, dass die Resonatorverluste γ_n der Photonen gerade ausgeglichen wird. Für die Gleichgewichtszahl der Laserphotonen folgt

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{n} &= \frac{P - \gamma_N \bar{N}}{\hat{\sigma} \bar{N}} \\ &= \frac{P}{\gamma_n} - \frac{\gamma_N}{\hat{\sigma}}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Diese Gleichungen zeigen, dass die Zahl der Laserphotonen im Resonator bestimmt ist durch den Überschuss der Pumprate P gegenüber den Auskoppelverlusten γ_n , der den Abbau der Besetzungszahlinversion durch spontane Emission ausgleichen muss.

ii) Die oszillatorischen Reaktionen des Lasers auf den Einschaltvorgang oder Störungen des Gleichgewichts bezeichnet man als spiking bzw. Relaxationsschwingungen, wobei die Terminologie nicht ganz streng ist. Wir folgen hier dem Buch von Siegman und reden von spiking bei einzelnen, scharfen Pulsen, die hauptsächlich beim Einschalten mancher Laser auftreten. Von Relaxationsoszillationen reden wir, wenn der Gleichgewichtszustand schwach gestört wird und gedämpfte Oszillationen auftreten.

Eine numerische Simulation des Gleichungssystems (5.1,5.2) zum Einschwingverhalten eines Lasers mit starken Relaxationsoszillationen ist in Abb. 5.1 dargestellt. Betrachten wir

den ersten Puls. Direkt nach dem Einschalten ist die Zahl der Laserphotonen null und bis zum Erreichen der Laserschwelle steigt zunächst die Besetzungsinversion N stark an. Nach Überschreiten der Schwelle wird das Wachstum von N gebremst, da aus dem Rauschen heraus die Zahl der Laserphotonen \tilde{n} exponentiell anwächst. Die Zeitkonstante dieses exponentiellen Wachstums ist ungefähr $1/\gamma_n$. Nachdem die Zahl der Photonen über den Gleichgewichtswert \bar{n} gestiegen ist, nimmt die Besetzungszahlinversion ab, da das Pumplicht nicht schnell genug die stimuliert abgereagten Atome wieder anregen kann. Da in diesem Augenblick immer noch Inversion vorliegt, steigt \tilde{n} weiter an, bis N die Schwelle unterschreitet. Ab hier fällt \tilde{n} ab. Nach Unterschreiten des Gleichgewichtswertes von \tilde{n} kann sich N wieder erholen und der

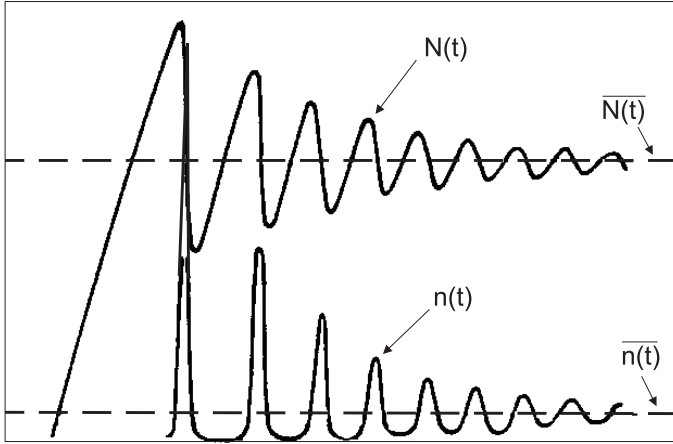


Bild 5.1.: Zeitliche Änderung von Besetzungszahlinversion N und Zahl der Laserphotonen \tilde{n} nach Einschalten der Pumpleistung. Es wurde das Gleichungssystem (5.1,5.2) numerisch integriert.

Zyklus beginnt von neuem. Nach einigen Zyklen nähern sich \tilde{n} und N gedämpft oszillierend den Gleichgewichtswerten. Zykluslänge, Pulsdauer und Dämpfung hängen von den Laserparametern γ_n , γ_N , vom Wirkungsquerschnitt sowie von der Pumprate ab.

Für kleine Abweichungen von den Gleichgewichtswerten kann das Gleichungssystem (5.1,5.2) linearisiert werden. Wir gehen aus von den Gleichgewichtswerten

$$\overline{N} = \frac{\gamma_n}{\hat{\sigma}} \quad \text{und} \quad \overline{\tilde{n}} = \frac{P}{\gamma_n} - \frac{\gamma_N}{\hat{\sigma}} =: (r - 1) \frac{\gamma_N}{\hat{\sigma}}. \quad (5.5)$$

Die Definition r entspricht einer normierten Pumprate. Sie wird im Folgenden die Darstellung der Rechnungen etwas vereinfachen. Im Fall kleiner Störungen um die Gleichgewichtswerte kann man nun schreiben

$$\tilde{n}(t) = \overline{\tilde{n}} + \delta\tilde{n}(t), \quad (5.6)$$

$$N(t) = \overline{N} + \delta N(t). \quad (5.7)$$

Setzen wir diesen Ansatz in das Gleichungssystem (5.1,5.2) ein, fallen die Gleichgewichtswerte heraus. Unter Vernachlässigung der Terme, die $\delta\tilde{n}(t) \cdot \delta N(t)$ enthalten, ergibt sich

$$\frac{d}{dt} \delta\tilde{n}(t) = (r - 1) \gamma_N \delta N(t), \quad (5.8)$$

$$\frac{d}{dt} \delta N(t) = -\gamma_n \delta\tilde{n}(t) - r \gamma_N \delta N(t). \quad (5.9)$$

Zur Lösung dieses Gleichungssystems nehmen wir an, dass $\delta\tilde{n}(t)$ und $\delta N(t)$ wie e^{st} variieren. Mit diesem Trick wandeln wir das Differenzialgleichungssystem in ein algebraisches Gleichungssystem um, dessen Säkulardeterminante die Form

$$\begin{vmatrix} s & -(r - 1) \gamma_N \\ \gamma_n & s + r \gamma_N \end{vmatrix} = s^2 + r \gamma_N s + (r - 1) \gamma_N \gamma_n = 0 \quad (5.10)$$

mit den Lösungen

$$s_{1,2} = -\frac{r \gamma_N}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{r \gamma_N}{2}\right)^2 - (r - 1) \gamma_N \gamma_n} \quad (5.11)$$

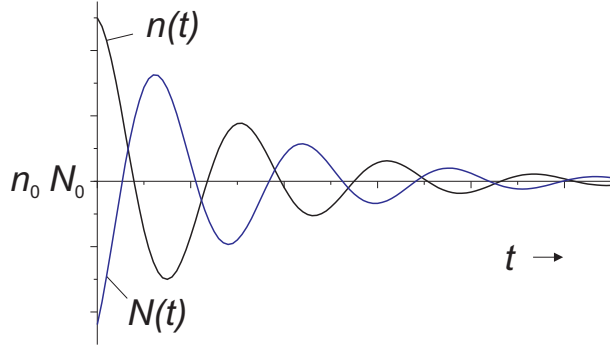


Bild 5.2.: Im Diodenlaser zeigen die Besetzungsinversion $N(t)$ und die Anzahl der Photonen $n(t)$ gedämpfte Relaxationsschwingungen.

hat. Zwei Fälle können nun unterschieden werden: **a)** positives Argument der Wurzel und **b)** negatives Argument.

a) Ist die spontane Zerfallsrate γ_N um soviel größer als γ_n , dass gilt $(r\gamma_N/2)^2 > (r-1)\gamma_N\gamma_n$, sind die Lösungen s_1 und s_2 reell. Das System reagiert auf kleine Störungen wie ein überdämpfter Oszillator und nähert sich exponentiell ohne Schwingung dem Gleichgewichtszustand.

b) Ist die spontane Zerfallsrate γ_N klein, so dass gilt $(r\gamma_N/2)^2 < (r-1)\gamma_N\gamma_n$, sind die Lösungen s_1 und s_2 imaginär, und man kann schreiben

$$s_{1,2} = -\frac{r\gamma_N}{2} \pm i\sqrt{(r-1)\gamma_N\gamma_n - \left(\frac{r\gamma_N}{2}\right)^2} \quad (5.12)$$

$$\equiv -\gamma' \pm i\omega'. \quad (5.13)$$

Die Photonenzahl nähert sich nach einer einmaligen Störung $\delta\tilde{n}$ wie ein schwach gedämpfter Oszillator dem Gleichgewichtszustand,

$$\tilde{n}(t) = \bar{\tilde{n}} + \delta\tilde{n} e^{-\gamma't} \cos \omega't. \quad (5.14)$$

Beispiel 5.1 Ein Nd:YAG Laser werde so gepumpt, dass die Besetzungsinversion 50 % über der Schwelle liegt, also ist $r = 1,5$. Die spontane Zerfallszeit liegt bei $1/\gamma_N = 250 \mu\text{s}$ und die Resonatorzerfallszeit sei $1/\gamma_n = 30 \text{ ns}$. Damit ergibt sich die Kreisfrequenz der Relaxationsoszillation zu

$$\omega' = \sqrt{(r-1)\gamma_N\gamma_n - \left(\frac{r\gamma_N}{2}\right)^2} \approx \sqrt{(r-1)\gamma_N\gamma_n} \approx 2\pi \cdot 40 \text{ kHz}$$

und die Dämpfungszeit beträgt etwa 0,2 ms. Innerhalb dieser Zeit werden etwa 50 Schwingungsperioden ausgeführt.

Bild 5.2 zeigt das zeitliche Verhalten von $N(t)$ und $\tilde{n}(t)$ eines Diodenlasers. Die Dämpfungszeit liegt bei 3 ns und die Oszillations-Kreisfrequenz ω' typischerweise um 2 GHz.

Zusammenfassend und etwas vereinfachend gesagt, neigen Laser, deren spontaner Zerfallsdauer $\tau_N = 1/\gamma_N$ des oberen Laserniveaus groß ist gegenüber der Resonatorlebensdauer $\tau_n = 1/\gamma_n$ zu spiking bzw. Relaxationsoszillationen. Diese Situation ist typisch für Festkörperlaser und Halbleiterlaser. Bei vielen laseraktiven Festkörpern ist $\tau_N \approx 100 - 1000 \mu\text{s}$. Bei

Halbleiterlasern ist die spontane Zerfallsdauer mit 4 ns zwar klein, dafür werden sie aber häufig in Resonatoren kleiner Finesse betrieben, so dass auch τ_n klein ist.

Laser mit τ_N vergleichbar oder kleiner als τ_n reagieren wie ein überdämpfter Oszillator auf Störungen reagieren. Diese Situation ist häufig bei Gaslasern gegeben, die eine spontane Zerfallsdauer im Bereich 10 ns besitzen und häufig in Resonatoren hoher Finesse betrieben werden.

Im Falle eines Dauerstrichbetriebs sind Relaxationsozillationen störend. Vor allem bei periodischen Störungen der entsprechenden Frequenz reagiert der Laser mit starken Amplitudenfluktuationen. Relaxationsozillationen können aber auch z.B. durch Modulation der Pumpleistung aktiv getrieben werden, um einen gepulsten Betrieb zu erreichen. Im folgenden Kapitel werden verschiedene Mechanismen zur Erzeugung kurzer Laserpulse behandelt.

5.2. Gepulste Laser

Bei der Behandlung von spiking und Relaxationsozillationen haben wir bereits gesehen, dass im gepulsten Betrieb die Spitzenleistung sehr viel höher sein kann als die mittlere bzw. Gleichgewichtsleistung. Bei begrenzter mittlerer Leistung

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt \quad (5.15)$$

ist mit

$$P_{max} = \frac{T}{\Delta T} \bar{P} \quad (5.16)$$

die Spitzenleistung besonders hoch, wenn das Verhältnis aus Pulsabstand T zu Pulsdauer ΔT besonders gross ist, d.h. wenn die Pulsdauer klein ist. Dies ist in Abb. 5.3 skizziert.

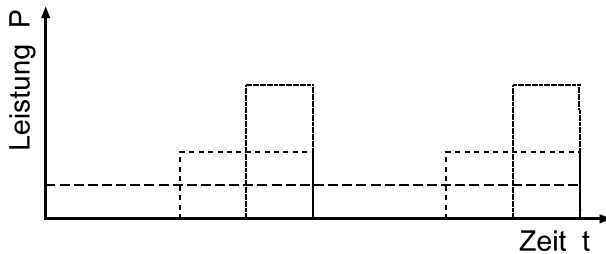


Bild 5.3.: Bei gleicher mittlerer Leistung ist die Spitzenleistung je höher desto kürzer die Pulse sind.

Zwei Anwendungsfelder für gepulste Strahlung lassen sich unterscheiden: Anwendungen, die hohe Intensitäten benötigen, wie in der Materialbearbeitung oder in der nichtlinearen Optik, und Anwendungen, die kurze Pulse nutzen, wie die in der zeitlaufgelösten Spektroskopie.

Die einfachste Realisierung gepulster Laserstrahlung nutzt gepulstes Pumpen. Allerdings folgt der Laser nicht immer exakt dem Pumpimpuls, sondern es können Relaxationsozillationen auftreten. Im Folgenden beschreiben wir zwei wichtige Methoden zur Erzeugung kurzer Pulse, die Güteschaltung, die sehr energiereiche Pulse ermöglicht, und die Modenkopplung zur Erzeugung kürzester Pulse.

5.2.1. Güteschaltung

Pumpt man einen Laser gepulst, erzeugt man einen entsprechenden Verlauf der Besetzungszahlinversion. Der Laser schwingt an, sobald die Inversion den Schwellenwert überschritten hat. Er emittiert also einen Puls, der einen ähnlichen Verlauf hat wie der Pumpimpuls. Dadurch, dass ständig Energie durch stimulierte Emission abgeführt wird, sind die Inversion und damit die Spitzenintensität beschränkt. Zusätzlich können Relaxationsoszillationen auftreten.

Die Güteschaltung (engl. Q-switching) beruht auf einem Konzept, wie in Bild 5.4a) dargestellt, der diese Beschränkungen vermeidet. Durch einen schnellen Schalter, wie weiter unten besprochen, verschlechtert man die Resonatorgüte so weit, dass der Laser selbst bei starkem Pumpen nicht anschwingt. Die Inversion steigt kontinuierlich auf einen Maximalwert an, selbst nachdem die Pumpintensität ihren Maximalwert bereits überschritten hat. Ist die maximale Inversion erreicht, schaltet man die Resonatorverluste auf den kleinstmöglichen Wert, wodurch der Laser mit hoher Kleinsignalverstärkung anschwingt und sich selbst durch einen vergleichbar schnellen Abbau der Inversion wieder abschaltet.

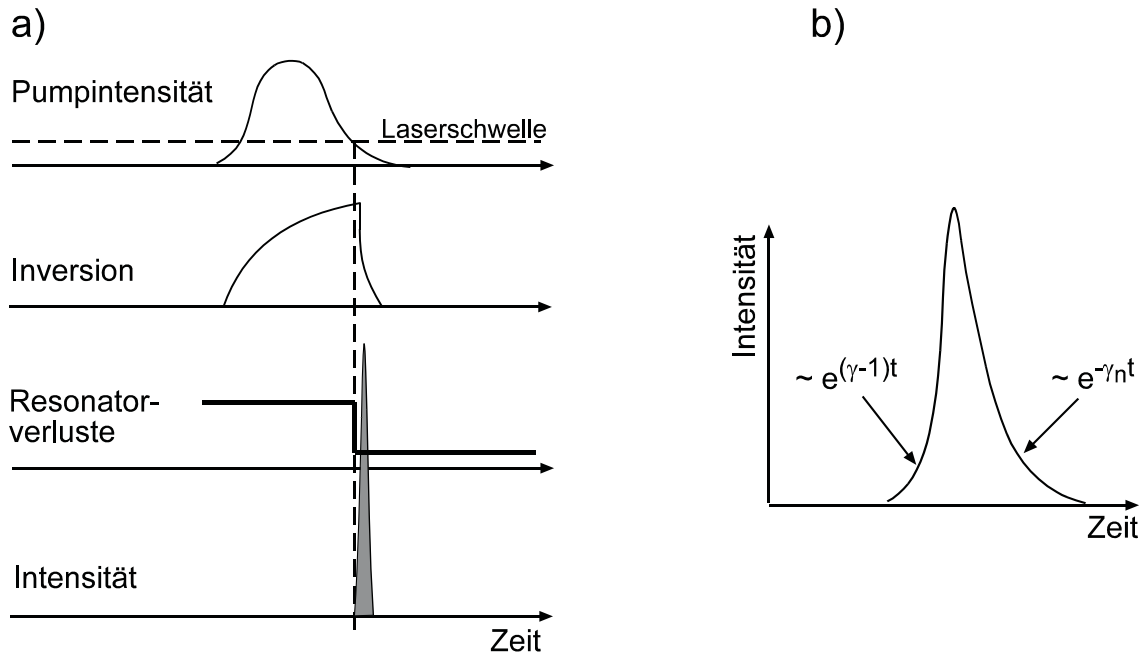


Bild 5.4.: Güteschaltung. a) Pumpintensität, Inversion, Resonatorverluste und Ausgangsintensität als Funktion der Zeit. Pumpintensität und Resonatorverluste wurde geeignet synchronisiert. b) Zeitlicher Verlauf der Ausgangsintensität. Die Kleinsignalverstärkung γ bestimmt die Anstiegszeit, während die Abklingzeit durch die Resonatorlebensdauer $1/\gamma_n$ gegeben ist.

Der gütegeschaltete Laser nutzt also die im aktiven Medium in Form von Inversion gespeicherte Energie. Es eignen sich daher nur Lasermedien mit langer Lebensdauer des oberen

Laserniveaus zur Güteschaltung, wie z.B. Nd:YLF mit $\tau_N = 400 \mu s$, da die Lebensdauer lang gegenüber der Pumpimpulsdauer sein muss. Diese liegt bei Blitzlampen bei etwa $100 \mu s$.

Die Anstiegszeit ist in der Regel kürzer als die Abklingzeit, der Puls ist also asymmetrisch (Bild 5.4b). Bei ausreichend kleiner Schaltzeit bestimmt die Kleinsignalverstärkung γ die Anstiegszeit, während die Abklingzeit durch die Resonatorlebensdauer $1/\gamma_n$ bestimmt ist.

Güteschalter

Für eine Güteschaltung werden optische Schalter benötigt, die im offenen Zustand die Lasertätigkeit effizient unterdrücken und deren Verluste im geschlossenen Zustand bei möglichst schnellen Schaltzeiten kleiner sind als die Verluste aufgrund der Auskopplung aus dem Resonator. Vier verschiedene Technologien kommen häufig zum Einsatz: i) rotierende Prismen, ii) Pockelszellen, iii) akustooptische Modulatoren und iv) sättigbare Absorber.

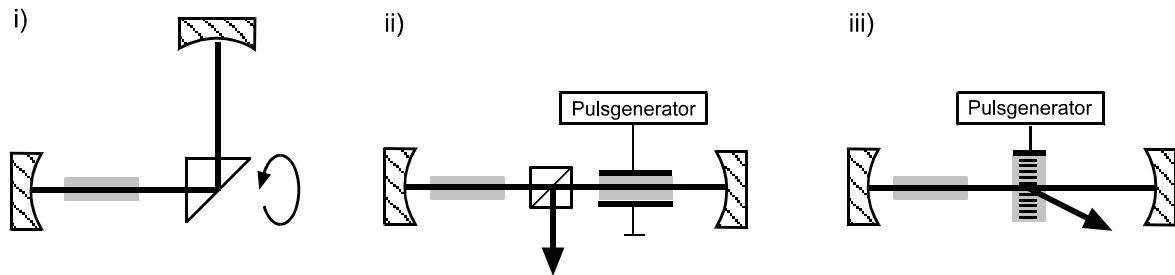


Bild 5.5.: Güteschalter: i) rotierendes Prisma, ii) Pockelszelle und iii) akustooptischer Modulator.

i) Rotierende Prismen sind die einfachste und billigste Möglichkeit für Güteschalter. Sie erlauben nur in einem kleinen Winkelbereich Lasertätigkeit. Sie ermöglichen einen sehr großen Hub der Resonatorgüte, sind jedoch langsam mit Schaltzeiten $\geq 10 \mu s$ und erfordern eine hohe mechanische Präzision.

ii) Mit einer Pockelszelle (s. Kap 4.3) im Resonator lässt sich abhängig von der angelegten Spannung die Polarisationsrichtung drehen. In Verbindung mit einem Polarisator transformiert sich diese Polarisationsdrehung in eine Veränderung der Resonatorgüte. Pockelszellen sind sehr schnell mit Schaltzeiten bis ≤ 10 ns, sind aber in der maximalen optischen Leistung aufgrund von Photorefraktivität begrenzt.

iii) Mit einem akustooptischen Modulator lässt sich ein Teil der Resonatorleistung auskoppeln. Bei genügend starker Streuung wird Lasertätigkeit ganz verhindert und so der Schalter realisiert. Akustooptische Modulatoren sind mit Schaltzeiten bis etwa 50 ns nicht ganz so schnell wie Pockelszellen, sind aber dafür weniger stark in der optischen Leistung begrenzt.

iv) Im Gegensatz zu den bisher besprochenen aktiven Güteschaltern ist der sättigbare Absorber passiv. Seine Absorption α ist eine Funktion der Intensität von der Form

$$\alpha(t) = \frac{\alpha_0}{1 + I(t)/I_s} \quad (5.17)$$

Bei geringen Intensitäten ist die Absorption hoch und ein Anschwingen des Lasers wird verhindert. Oberhalb einer Sättigungsintensität I_s nimmt die Absorption ab und die Güte des Resonators damit zu, so dass sich ein Puls ausbilden kann. Sättigbare Materialien sind z.B. Farbstofflösungen, laseraktive Festkörper und manche Halbleiter. Es können sehr kurze Schaltzeiten im Bereich weniger ns realisiert werden.

5.2.2. Modenkopplung

Bereits die Überlagerung zweier kontinuierlicher Laserstrahlen mit den unterschiedlichen Frequenzen ω und $\omega + \Omega$ erzeugt eine sinusförmige Amplitudenmodulation. Für die elektrische Feldstärke und die Intensität gilt bei gleichen Teilamplituden

$$E(t) = E_0 e^{-i\omega t} + E_0 e^{-i\omega t} e^{-i\Omega t} e^{-i\phi}, \quad (5.18)$$

$$I(t) = c\epsilon_0 |E(t)|^2 = I_0 (1 + \cos(\Omega t + \phi)). \quad (5.19)$$

Das so erzeugte Signal entspricht einem Pulszug mit der Wiederholfrequenz $\Omega/2\pi$ und der Einzelpulsdauer $\approx 1/\Omega$ (volle Halbwertsbreite). Dies klingt nicht nach besonders kurzen Pulsen, das Prinzip der Modenkopplung ist aber nur eine konsequente Weiterführung der gerade beschriebenen Überlagerung von Wellen unterschiedlicher Frequenz. Bild 5.6 zeigt für 2 bzw. 7 verschiedene Frequenzen den resultierenden Amplitudenverlauf, wenn die einzelnen Komponenten **phasenstarr** überlagert werden. Man sieht, dass bereits bei Überlagerung von 7 statt 2 Teilwellen die Pulse merklich kürzer werden, wenn sie nicht nur eine starre, sondern auch die „richtige“ Phasenlage haben. Nur wenn in einem Punkt zu gegebener Zeit alle Amplitudenmaxima der Teilwellen zusammenkommen, kann sich ein entsprechend intensiver Puls ausbilden. Zwischen den Pulsen ist die Amplitude aufgrund destruktiver Interferenz klein. Sind alle Teilamplituden gleich, sind die Pulse sehr kurz, die Intensität zwischen den Pulsen ist aber signifikant. Sind die Amplituden gaussförmig verteilt, verschwindet die Intensität zwischen den Pulsen.

Die Verallgemeinerung von Gl. (5.19) auf N Moden lautet

$$E(t) = \frac{E_0}{\sqrt{N}} e^{-i\omega t} \sum_{m=1}^N \alpha_m e^{-im\Omega t} e^{-i\phi_m}. \quad (5.20)$$

Wir haben hierbei die Teilamplituden mit α_m bezeichnet und mit $\sum_m \alpha_m^2 = 1$ normiert. Die Pulsfolgefrequenz bzw. Repetitionsrate ist gegeben durch den Frequenzunterschied $\Omega/2\pi$ zweier Moden, und die Pulsfolgeperiode entsprechend $2\pi/\Omega$. Wie in Bild 5.6 deutlich wird, hängt die Pulsdauer sowohl von der Phasenlage als auch von den relativen Amplituden der Teilwellen ab. Aus Überlegungen zur Fouriertransformation können wir die Pulsdauer abschätzen. Sie muss von der Größenordnung der inversen spektralen Breite der beteiligten Moden sein. Es hängt nun von der Form des Spektrums ab, welche genaue Form und Breite die Pulse bei optimaler Phasenlage haben können.

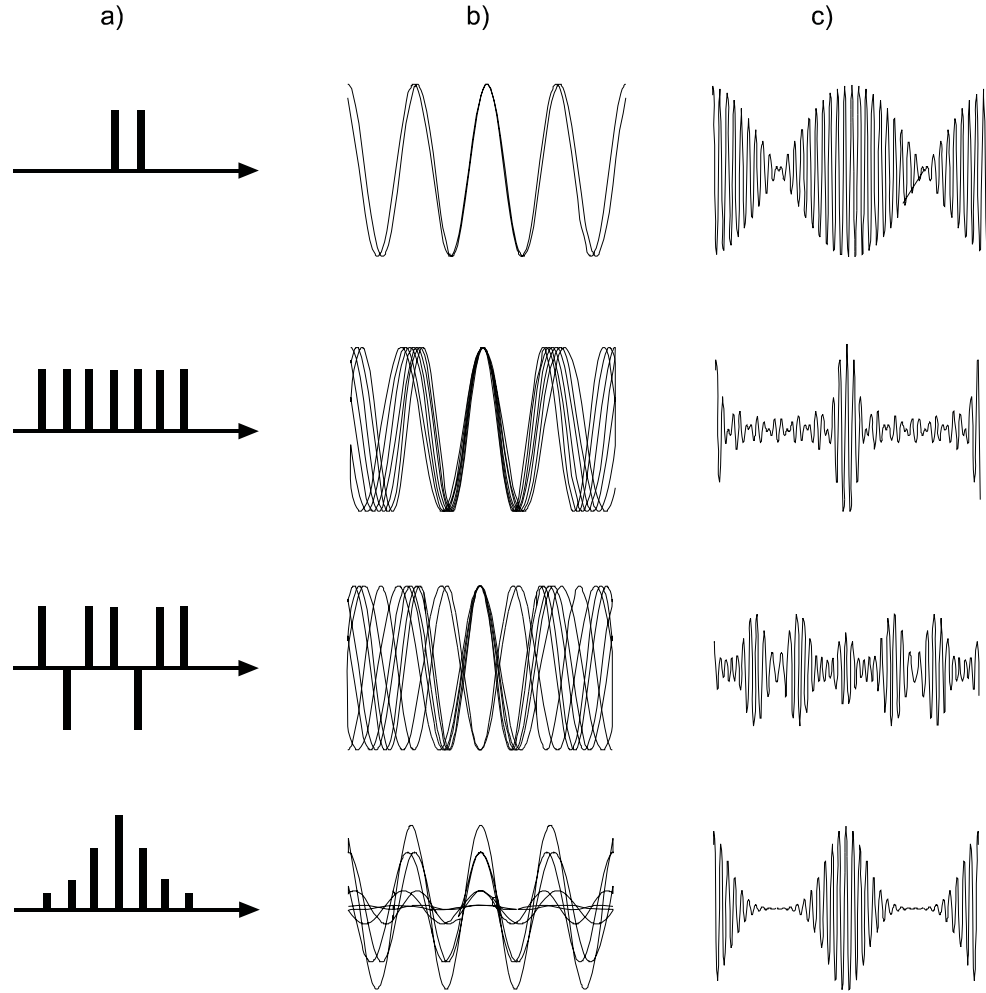


Bild 5.6.: Überlagerung von Sinusschwingungen zur Veranschaulichung der Modenkopplung: Frequenzspektren in a), wobei die Richtung der Balken die relative Phasenlage angibt, die phasenstarre Überlagerung der Teilwellen in b) und die resultierende Gesamtamplitude in c). Die Zeitachsen in b) und c) sind unterschiedlich. Auch wurden die Maximalamplituden in c) der besseren Darstellung wegen normiert.

Das Produkt aus Bandbreite $\Delta\nu$ und Pulsdauer τ wird Zeit-Bandbreite-Produkt genannt. Für die wichtigsten Pulsformen als Funktion einer normierten Zeit t ergibt sich:

$$\text{Gauss:} \quad I(t) = e^{-t^2} \quad \Delta\nu \cdot \tau = 0,4413 \quad (5.21)$$

$$\text{Hyperbelsekans:} \quad I(t) = \text{sech}^2 t \quad \Delta\nu \cdot \tau = 0,3148 \quad (5.22)$$

$$\text{Lorentz:} \quad I(t) = \frac{1}{1+t^2} \quad \Delta\nu \cdot \tau = 0,2206 \quad (5.23)$$

Ein Laserresonator erlaubt das Anschwingen beliebig vieler longitudinaler Moden. Welche Moden anschwingen, hängt von der Verstärkungsbandbreite des laseraktiven Mediums ab. Welche Moden an der Pulsformung teilnehmen können, hängt zusätzlich von der Dispersion des gesamten Laserresonators ab. Die Gruppengeschwindigkeit einer Spektralkomponente bei

der Wellenlänge λ ist

$$v_g = \frac{c}{n} \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{n} \frac{dn}{d\lambda}}, \quad (5.24)$$

wobei n den Brechungsindex bezeichnet. Nur diejenigen Moden nehmen an der Pulsformung teil, deren Umlaufzeit im Resonator $t = 2L/v_g$ innerhalb der Pulsdauer gleich ist.

Mechanismen der Modenkopplung

In den folgenden Unterkapitel werden Methoden beschrieben, die dazu dienen, möglichst viele Moden phasenstarr zu koppeln, um so kürzeste Pulse zu erzeugen.

Ein **aktiv** modengekoppelter Laser enthält einen Modulator ähnlich wie beschrieben bei der Güteschaltung. Der Modulator ist nun aber nicht synchronisiert mit Pumpspulsen, sondern seine Modulationsfrequenz ist gleich dem longitudinalen Modenabstand, der die Repetitionsrate des modengekoppelten Lasers bestimmt. Tatsächlich werden modengekoppelte Laser häufig im Dauerstrichbetrieb gepumpt. Gelegentlich wird zur Erhöhung der Effizienz die Pumpquelle jedoch auch gepulst betrieben und auf die Repetitionsrate synchronisiert.

Ist also die Modulationsfrequenz der Resonatorgüte gleich dem Modenabstand, hat der Laser dann die größte Verstärkung, wenn sich ein Pulsmaximum im Augenblick der höchsten Güte im aktiven Medium befindet und so am effizientesten verstärkt wird. Je kürzer der Puls ist, um so höher ist die Verstärkung, umso breiter muss aber auch die Bandbreite des Verstärkungsmediums sein. Die Bandbreite und gegebenenfalls die Dispersion begrenzen also die minimale Pulsdauer.

Die **passive** Modenkopplung ist die erfolgreichste Methode zur Erzeugung kürzester Pulse. Zwei Ansätze wollen wir hier vorstellen; die Verwendung eines sättigbaren Absorbers und die Kerrlinsen-Modenkopplung.

Sättigbare Absorber mit einem typischen Absorptionskoeffizienten $\alpha(t) = \alpha_0/(1 + I(t)/I_s)$ haben wir bereits im Kapitel über Güteschaltung angesprochen. Sobald sich mehrere Moden mit der richtigen Phasenlage überlagern und einen Puls ausbilden, nimmt die Absorption ab in dem Augenblick, in dem das Pulsmaximum den Absorber durchläuft, und die Güte des Resonators ist zu diesem Zeitpunkt maximal. Dies begünstigt die Steigerung der Spitzenintensität durch phasenrichtige Überlagerung weiterer longitudinaler Moden, die zu kürzeren Pulsen führt. Begrenzt wird der Prozess der Pulsverkürzung durch die Bandbreite des Verstärkungsmediums und durch die Dispersion. Die Modulation der Resonatorverluste durch die umlaufenden Pulse, die zu ihrer Stabilisierung führt, wird auch Selbstamplitudenmodulation genannt.

Das Verfahren, das zu den bisher kürzesten Pulsen von unter 5 fs geführt hat, ist die Kerrlinsen-Modenkopplung. Man nutzt den nichtlinearen Brechungsindex n_2 zur intensitätsabhängigen Modulation des Gesamtbrechungsindex,

$$n(t) = n_0 + n_2 I(t). \quad (5.25)$$

Bei positivem n_2 , wie bei den meisten Materialien wie Quarz, Saphir etc., erhöht sich der Brechungsindex mit zunehmender Intensität. Daraus folgt eine Brechungsindexvariation in einem gaußförmigen Strahl, die einer fokussierenden Linse entspricht. Baut man nun eine solche intensitätsinduzierte Linse so in einen Resonator ein, dass die Resonatorverluste minimal bei Ausbildung der Kerrlinse werden, erhält man eine Selbstamplitudenmodulation ähnlich zum sättigbaren Absorber. Dies kann z.B. mit einer Kombination aus nichtlinearem Material und einer Blende geschehen, wie in Bild 5.7 skizziert.

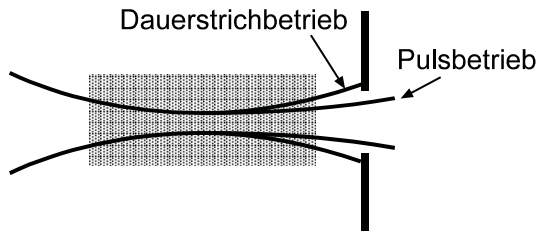


Bild 5.7.: Selbstamplitudenmodulation durch die Kombination einer Kerrlinse mit einer Blende.

Der grundlegende Effekt der Selbstamplitudenmodulation ist der gleiche bei sättigbarem Absorber und bei Kerrlinsen-Modenkopplung. Vorteil der Kerrlinse ist ihre extrem kurze Zeitkonstante im Bereich von wenigen fs. Im Frequenzbild bedeutet eine Zeitkonstante von 10^{-15} s eine Modulationsfähigkeit mit einer Bandbreite von 10^{15} Hz!¹ Bei einem typischen Femtosekundenlaser mit freiem Spektralbereich von 100 MHz, entsprechend eine Gesamtresonatorlänge von 3 m, bedeutet dies, dass mehrere Millionen Moden phasenstarr gekoppelt werden können. Damit dies tatsächlich gelingt, muss allerdings die Dispersion im Resonator sorgfältig kompensiert werden, wenn möglich über die gesamte Verstärkungsbandbreite des laseraktiven Materials.

Der Modulationshub einer Kerrlinse ist relativ klein. Die zu koppelnden Moden müssen also über den gesamten Spektralbereich eine möglichst gleiche Gruppengeschwindigkeit haben. Im Frequenzbild gesprochen müssen die Modenabstände möglichst gleich sein, damit der Modenkopplungseffekt die Frequenzen der einzelnen Moden „nicht zu weit ziehen“ muss. Dies gelingt durch den Einsatz von Prismenpaaren oder sogenannten gechirpten Spiegeln. Diese Spiegel sind mit vielen Schichten unterschiedlicher Dicke und mit unterschiedlichem Brechungsindex so bedampft, dass der Dispersionsverlauf den des laseraktiven Materials gerade kompensiert. Die zu kompensierenden Materialien wie Laserkristalle haben positive Dispersion, d.h. rotes Licht propagiert schneller als blaues. Die gechirpten Spiegel sind so bedampft, dass rotes Licht eine größere Eindringtiefe in die dielektrischen Schichten hat als blaues, und so das blaue Licht die im Kristall verursachte Verzögerung wieder aufholen kann.

Die kürzesten Pulse von unter 5 fs erreicht man mit Titan:Saphir-Lasern. Dieses Material hat eine sehr große Verstärkungsbandbreite und sehr gute optische und thermische Eigenschaften. Hinzu kommt, dass der nichtlineare Brechungsindex von Saphir groß genug ist, um Modenkopplung zu ermöglichen. Optische Verstärkung und Kerr-Linsenmodenkopplung können also im gleichen Kristall stattfinden. Es hat sich gezeigt, dass nicht einmal eine Blende

¹Wir sehen bei dieser Abschätzung von Faktoren der Größe π ab.

wie in Bild 5.7 nötig ist. Es reicht, den Resonator so an den Rand seines Stabilitätsbereiches zu verstimmen, dass der bessere Überlapp mit der Pumpmode bei Kerrlinsenausbildung zu einer Stabilisierung des modengekoppelten Betriebes gegenüber dem Dauerstrichbetrieb führt.

Eine neuere Entwicklung stellen fs-Faserlaser dar, die Leistungen von einigen Watt bei Pulslängen von einigen 100 fs erreichen, oder die man für kürzere Pulse von einigen 10 fs bei Leistung im Bereich mehrerer 100 mW optimiert.

Bild 5.8 zeigt einen Aufbau, der vom Laserzentrum Hannover realisiert wurde. Er verwendet die optisch-nichtlineare Polarisationsdrehung als Modenkopplungsmechanismus. Da die Modenkopplung einen Interferenzeffekt darstellt, nehmen nur Moden an der Pulsformung teil, die die gleiche Polarisation haben. In doppelbrechenden Fasern kann nun gezielt die Polarisationssebene pro Umlauf etwas gedreht werden, was einem Verlustmechanismus der „interferenzfähigen“ Moden entspricht. Diese Polarisationsdrehung kann nun durch optisch-nichtlineare Polarisationsdrehung kompensiert werden. Dies führt dazu, dass die Gesamtverstärkung des Lasers im Falle des Pulsbetriebes mit hohen Spitzenintensitäten größer ist als im Dauerstrichbetrieb und der Laser somit in einem stabilen Pulsbetrieb bleibt. Femtosekunden-Faserlaser haben gegenüber Ti:Saphirlasern den großen Vorteil einer sehr guten Betriebsstabilität.

Als Besonderheit weist der in Bild 5.8 skizzierte Laser eine Freiraumstrecke auf (im Bild zwischen $\lambda/2$ -Platte und Piezo-montiertem Spiegel). Damit lässt sich die Impulswiederholungsfrequenz, die der inversen Impuls-Umlaufzeit entspricht und somit von der Resonatorlänge abhängt, um einige Prozent verändern.

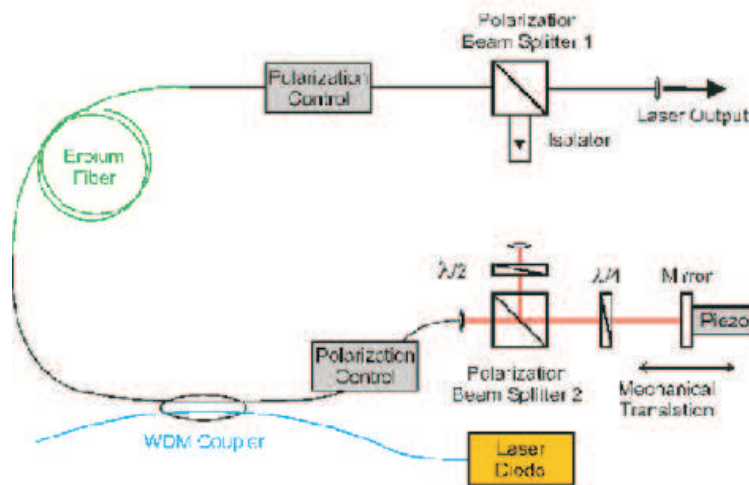


Bild 5.8.: Skizze des Aufbaus eines fs-Faserlasers.

Zusammenfassend und etwas verallgemeinernd unterscheiden sich die Verfahren Güteschaltung und Modenkopplung dadurch, dass bei der Güteschaltung eine oder wenige Moden ohne Phasenkopplung anschwingen, beim Modenkoppeln jedoch zwangsläufig viele. Während

es bei der Güteschaltung auf lange Lebensdauer des oberen Laserniveaus ankommt, ist bei der Modenkopplung die Bandbreite wesentlich.

5.2.3. Messtechniken für kurze Pulse

Die Pulsanalyse mit Photodioden und elektronischer Verarbeitung ist auf Pulsdauern von etwa 100 ps beschränkt. Die Verwendung von sogenannten streak cameras erlaubt eine Pulsdauerbestimmung bis ca. 100 fs. Streak cameras bestehen aus einer Elektronenstrahlröhre, in der der Pulsverlauf auf die Bewegung des Elektronenstrahls übertragen und auf einen Schirm abgebildet wird. Kürzeste Pulse können nur mit optischen Methoden analysiert werden.

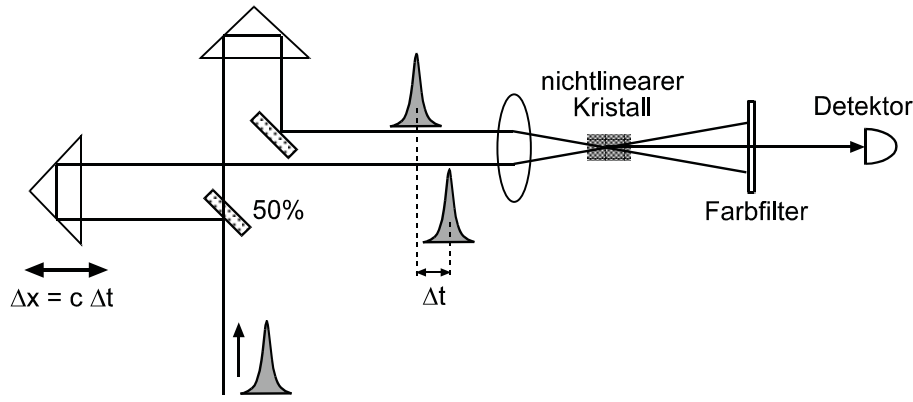


Bild 5.9.:
Autokorrelations-
messung der
Pulsdauer.

Eine einfache Methode ist die Autokorrelation. Wie in Bild 5.9 dargestellt, teilt man den Lichtstrahl auf und überlagert die beiden Teile mit variablem Zeitversatz in einem nichtlinearen Kristall, der ein frequenzverdoppeltes Signal erzeugt. Dieses Signal wird mit einem Farbfilter vom ursprünglichen Licht getrennt und in einem Detektor nachgewiesen. Über den Zeitversatz, den man über den Verschiebeweg errechnet und genau kalibrieren kann, tastet man also den Puls mit sich selbst ab. Das detektierte Signal entspricht einer Faltung des Pulses mit sich selbst,

$$I(\Delta t) = \int |(E(t) + E(t + \Delta t))^2|^2 dt . \quad (5.26)$$

Unter gewissen Annahmen über die Pulsform lässt sich daraus die Pulsdauer bestimmen. Das Integral über die Zeit kommt daher, dass der Detektor nicht der Phase der optischen Feldstärke folgen kann, wohl aber der Phasenverschiebung aus der Weglängenänderung.

6. Spezielle Laseranwendungen

6.1. Längenmessungen

6.1.1. Laserwellenlängennormale und Längeneinheit

Ein Laser, dessen Frequenz auf einen atomaren oder molekularen Übergang stabilisiert ist, liefert eine Vakuumwellenlänge, die von äußeren Parametern weitgehend unabhängig ist. Ist die Wellenlänge einer Lichtquelle bekannt, kann diese zur interferometrischen Längenmessung benutzt werden. So wurden schon zu Beginn dieses Jahrhunderts u.a. durch Michelson die Wellenlängen verschiedener Emissionslinien z.B. von Cadmium und Quecksilber durch Vergleich mit dem damaligen Normal der Länge, dem Prototyp aus einer Platin-Iridium-Legierung, bestimmt. In den 50er Jahren wurde durch Engelhard in der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt eine besondere Kryptonlampe entwickelt, deren rote Wellenlänge hinsichtlich Stabilität und Reproduzierbarkeit jedem verkörperten Maß überlegen war. Der Übergang $2p_{10} \rightarrow 5d_5$ des Krypton liefert im roten Spektralbereich $\lambda = 606 \text{ nm}$ eine schmale Linie, die durch Elektronenstoß in einer Gasentladungslampe angeregt wurde. Zur Vermeidung der Überlagerung durch die verschiedenen Kryptonisotope war die Lampe mit hochangereichertem ^{86}Kr gefüllt. Zur Reduzierung der Doppler-Breite wurde die Entladung bei der Temperatur flüssiger Luft betrieben. 1960 wurde vom internationalen Komitee für Maß und Gewicht das Meter über diese Wellenlänge definiert. In den 70er Jahren wurden dann Jod-stabilisierte Laser entwickelt, die hinsichtlich der Lichtleistung, der Kohärenz und besonders der Reproduzierbarkeit der Kryptonlampe wesentlich überlegen waren.

Es war zu erwarten, dass im Laufe der Zeit laufend neue und stabilere Laser entwickelt werden würden, die man einerseits zur Realisierung der Längeneinheit nutzen wollte. Da man aber nicht jedes Mal die Definition der Längeneinheit ändern wollte, entschied die 17. Generalkonferenz für Maß und Gewicht 1983 in Paris, das Meter zu definieren als die Strecke, die Licht im Vakuum während der Dauer von $1/299\,792\,458$ Sekunden durchläuft. Diese Definition nutzt aus, dass Zeiten mit Hilfe von Atomuhren heutzutage mit einer relativen Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-15}$ genau gemessen werden können und dass die Vakuumlichtgeschwindigkeit eine vom Bezugssystem unabhängige Naturkonstante ist. Ihr Wert war im Labor über eine Abstands- und Frequenzmessung sehr genau gemessen worden. Mit der Meterdefinition von 1983 ist ihr Wert also fest definiert. Zur Realisierung des Meters nach dieser Definition hat das Internationale Komitee für Maß und Gewicht in einer Empfehlung drei Möglichkeiten zur Längenmessung angegeben:

- Mit Hilfe der Laufzeitmessung von Lichtwellen und der Beziehung $l = ct$ mit dem

festgelegten Wert der Lichtgeschwindigkeit $c = 299\,792\,458\text{ m/s}$.

- Mit Hilfe der Vakuumwellenlänge von Lichtwellen, die durch Frequenzmessung und gemäß der Beziehung $\lambda = c/\nu$ oder hieraus durch interferometrischen Wellenlängenvergleich bestimmt werden.
- Mit Hilfe genau vermessener Vakuumwellenlängen so genannter Wellenlängennormale aus einer Liste von empfohlenen Strahlungen.

Die Methode der Laufzeitmessung wird für größere Entfernungen angewandt. Unter anderem wird der Abstand von der Erde zum Mond seit vielen Jahren kontinuierlich gemessen, indem ein gepulster Laser auf den Mond gerichtet wird. Die Laufzeit der Pulse, die von Reflektoren zurückgeworfen werden, die durch die amerikanischen Apollo 11, 14, und 15 und die sowjetische Luna 21 Mission auf dem Mond zurückgelassen wurden, gestattet, diese Entfernung mit einer Genauigkeit von etwa 30 cm zu messen. Die gleiche Methode wird auch zur Erdvermessung benutzt, wobei als Reflektoren künstliche Erdsatelliten (z.B. LAGEOS, Starlette)¹ benutzt werden. Die zweite Möglichkeit erlaubt für jede Lichtquelle eine definitions-konforme Bestimmung der Wellenlänge, deren Genauigkeit nur von der Genauigkeit abhängt, mit der die Frequenz der Lichtquelle gemessen werden kann.

Die Frequenzmessung geschieht über einen Vergleich mit der Frequenz des Primärnormals für Zeit und Frequenz, der Cs-Atomuhr, und ist sehr aufwändig. Daher wird als dritte Möglichkeit zur Darstellung einer Länge auf eine Liste von Wellenlängennormalen verwiesen, bei der dieser Frequenzvergleich schon durchgeführt wurde oder die interferometrisch mit einem anderen Wellenlängennormal verglichen wurden. Die 1983 angegebene Liste enthielt verschiedene stabilisierte Laser, wie den CH_4 -stabilisierten He-Ne-Laser ($\lambda \approx 3.39\text{ }\mu\text{m}$) und den I_2 -stabilisierten He-Ne-Laser ($\lambda \approx 633\text{ nm}$) mit Wellenlängen vom infraroten bis zum grünen Spektralbereich sowie die früher benutzten Spektrallampen (^{86}Kr , ^{193}Hg , ^{114}Cd). Die 1997 aktualisierte Liste enthält zusätzliche Laser. Die relativen Unsicherheiten, mit der diese Wellenlängen gegenwärtig realisiert werden können, hängen von der Reproduzierbarkeit der Laser und von der Unsicherheit der durchgeführten Wellenlängen- oder Frequenzmessung ab. Sie betragen gegenwärtig zwischen $3,5 \cdot 10^{-10}$ und $6 \cdot 10^{-13}$.

6.1.2. LIDAR

Eine Laseranwendung, welche das gleiche Prinzip benutzt, aber über eine reine Entfernungsmessung hinausgeht, ist das LIDAR (**L**ight **D**etection **A**nd **R**anging). Mit diesem System ist es möglich, bestimmte Luftbestandteile bzw. -verschmutzungen in ihrer Konzentration zu bestimmen und genau zu lokalisieren. Der prinzipielle Aufbau ist in Bild 6.1 dargestellt. Laserpulse werden in einzelnen Luftschichten partiell reflektiert und dann detektiert. Über ein Verzögerungsglied kann man einstellen, zu welchem Zeitpunkt nach Aussenden des Pulszuges

¹Technische Daten: LAGEOS - Höhe 5900 km, Masse 411 kg, Durchmesser 60 cm, 422 optische Reflektoren, 4 Germaniumreflektoren (IR); Starlette - Höhe 1105 km, Masse 48 kg, Durchmesser 24 cm, 60 Reflektoren.

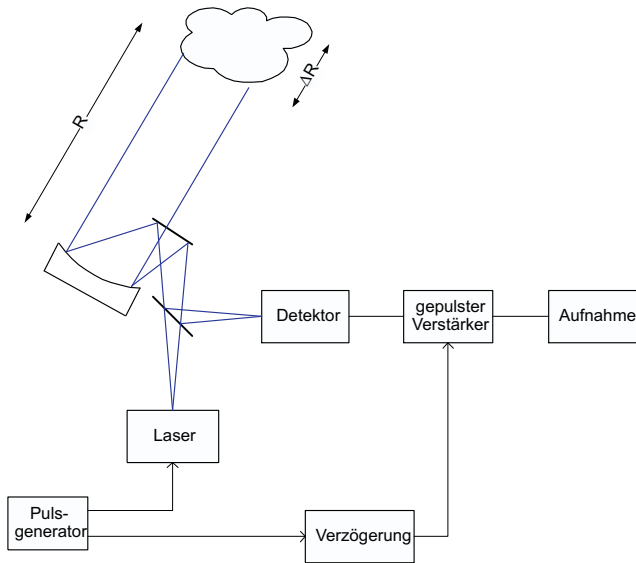


Bild 6.1.: LIDAR-Aufbau.

die Auswertung des detektierten Signals erfolgt. Dadurch ist es möglich, nur die Reflexionen nach einer bestimmten Laufzeit, das heißt in einer bestimmten Lufthöhe R zu untersuchen. Die Tiefe der zu untersuchenden Schicht ΔR wird über einen Torimpuls eingestellt. Die vorhandenen Partikel werden nun über ihre materialspezifischen Absorptionslinien genau bestimmt. Dabei wird in der Regel an zwei benachbarten Wellenlängen gemessen, direkt auf der Absorptionslinie und dicht daneben. Durch den direkten Vergleich der detektierten Signale an den zwei Punkten ist eine Aussage über die Konzentration des betreffenden Stoffes möglich. Mittels einer ausgeprägten Richtcharakteristik der verwendeten Optiken ist eine dreidimensionale Untersuchung des Luftraums möglich.

6.2. Lasergyroskope

Laserinterferometer, wie in Bild 6.2 skizziert, eignen sich zur genauen Messung von Drehbewegungen. Das einfallende Licht wird in einem Strahlteiler in zwei Anteile getrennt, welche

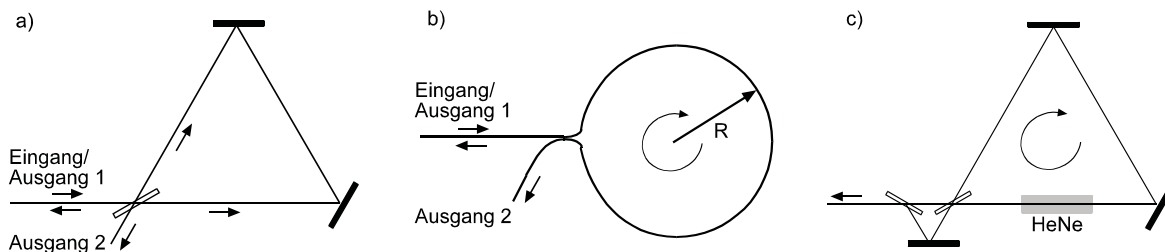


Bild 6.2.: a) Sagnac-Interferometer, b) Fasergyroskop, c) aktiver Laserkreis.

den optischen Weg in unterschiedlicher Richtung umlaufen und danach überlagert werden. Im Ruhezustand legen beide Anteile dieselbe Strecke zurück und es kommt aufgrund des Phasen-
sprungs am Strahlteiler z.B. zu konstruktiver Interferenz am Ausgang I und zu destruktiver

Interferenz am Ausgang II. Im rotierenden Zustand dagegen tritt ein von der Drehgeschwindigkeit abhängiger Phasenunterschied zwischen beiden Anteilen auf. Dieser Effekt wird allgemein als **Sagnac-Effekt** bezeichnet. Neben Spiegelanordnungen bilden häufig auch Fasern den optischen Pfad (Bild 6.2 b). Wir betrachten solch ein Fasergyroskop mit einer im Radius R umlaufenden Faser, das mit der Winkelgeschwindigkeit Ω rotiert. Die rotationsabhängige Phasendifferenz ist

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \varphi + \delta\varphi - (\varphi - \delta\varphi) = 2\delta\varphi. \quad (6.1)$$

Dabei bezeichnen φ die Phase nach einem Umlauf im ruhenden Zustand und $\delta\varphi$ die aus der vom Strahlteiler zurückgelegten Strecke Δs resultierenden Abweichung,

$$\delta\varphi = k\Delta s = kvT = kR\Omega T. \quad (6.2)$$

Mit der Umlaufzeit $T = 2\pi R/c$ und der Fläche des Umlaufs $A = \pi R^2$ ergibt sich aus Gl. 6.1

$$\Delta\varphi = \frac{8\pi}{\lambda c} A\Omega. \quad (6.3)$$

Die Phasenverschiebung ist also proportional zur Winkelgeschwindigkeit, zur Fläche des umschlossenen Weges und zur inversen Wellenlänge des Laserlichts. Die effektive Fläche kann durch Aufwickeln der Faser vergrößert werden.

Ein **aktiver Laserkreisel** besteht aus einem Gyroskop mit integriertem aktiven Medium (Bild 6.2 c). Die Resonanzfrequenz ist durch die im rotierenden Betrieb auftretende Phasenverschiebung für die beiden im Resonator umlaufenden Teilwellen um $\pm\Delta\omega$ verschoben. Bringt man die beiden Teilwellen extern zur Interferenz, ergibt sich eine Schwebungsfrequenz von $2\Delta\omega$.

6.3. Holographie

Die konventionelle Bildaufnahme (z.B. Film, CCD-Kamera) speichert eine zweidimensionale Intensitätsverteilung des Lichts. Bei der holographischen Aufnahme werden dagegen Amplitude und Phase des Lichtfeldes registriert, indem das vom Objekt gestreute Lichtfeld G mit einer kohärenten Referenzwelle R überlagert wird. Dies ist in Bild 6.3 skizziert. Für die beiden Wellen kann man schreiben

$$R = \frac{1}{2} E_{0R} e^{2\pi i \phi_R} + \text{k.k.}, \quad (6.4)$$

$$G = \frac{1}{2} E_{0G} e^{2\pi i \phi_G} + \text{k.k.} \quad (6.5)$$

Die Überlagerung beider Wellen $|G(x,y,0) + R(x,y,0)|^2$ bestimmt die Intensität auf der Photoplatte. Bei einem Transmissionshologramm ergibt sich eine der Intensität proportionale Amplitudentransmission $t(x,y)$,

$$t(x,y) \sim |G + R|^2 = |G|^2 + |R|^2 + GR^* + G^*R. \quad (6.6)$$

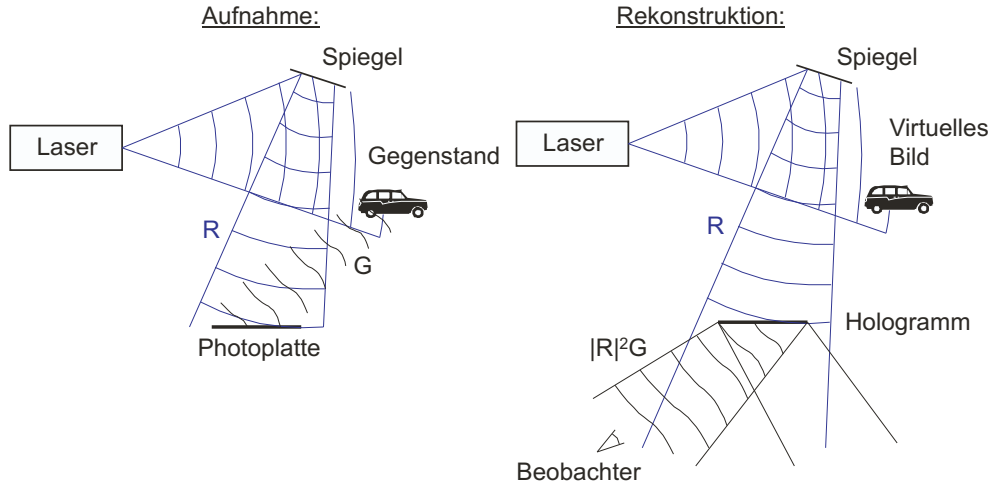


Bild 6.3.: Transmissionshologramm.

Amplitude und Phase der Gegenstandswelle sind in den Interferenzgliedern $G(x,y,0) \cdot R^*(x,y,0)$ bzw. $G^*(x,y,0) \cdot R(x,y,0)$ gespeichert. Bei der Wiedergabe wird das Hologramm mit einer Wiedergabewelle, die im einfachsten Fall gleich der Referenzwelle ist, belichtet. Hinter dem Transmissionshologramm ergibt sich die Lichtfeldstärke

$$R \cdot t(x,y) \sim R(|G|^2 + |R|^2) + G|R|^2 + G^*R^2. \quad (6.7)$$

Wenn die Intensität von $|R|^2$ in der Hologrammebene annähernd konstant ist, ist $G|R|^2$ der Lichtfeldstärke, die der Gegenstandswelle entspricht, proportional. Der Beobachter sieht ein dreidimensionales (virtuelles) Bild des Gegenstandes.

Neben den Amplitudenhologrammen gibt es auch Phasenhologramme, die die vollständige Bildinformation in Brechungsindexänderungen speichern.

6.4. Laserkühlung und Atomlaser (Ergänzungskapitel)

Der Atomlaser ist das Materiewellenanalogon zum optischen Laser. Er wurde 1996 zum ersten Mal mit Hilfe von Bose-Einstein Kondensaten realisiert. Bevor wir seine Eigenschaften beschreiben, wollen wir Laserkühlmethoden behandeln, die nicht nur für die Bose-Einstein Kondensation verwendet werden, sondern auch beim Bau optischer Frequenznormale.

Laserkühlung

Laserkühlung basiert auf der gerichteten Impulsübertragung von Photonen auf Atome. Beim Bremsen von Atomen in einem Atomstrahl, wie in Abb. 6.4 skizziert, nehmen die Atome bei der Absorption der Laserphotonen den *gerichteten* Impuls $\hbar k$ auf, den sie durch spontane Emission isotrop, also *ungerichtet* wieder abgeben. Es wirkt also eine Nettokraft in der Ausbreitungsrichtung des Laserstrahls.

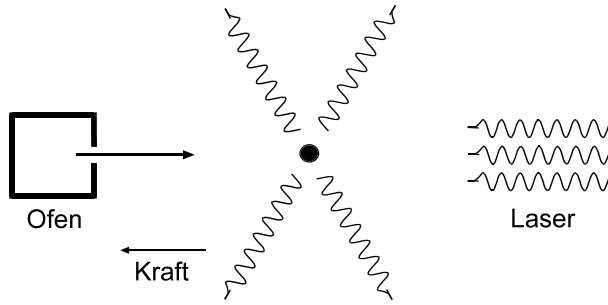


Bild 6.4.: Bremsen von Atomen mit Laserlicht.

Die mittlere Kraft, die auf Atome längs der Richtung der Laserstrahlung ausgeübt werden kann, ist proportional dem Produkt aus Photonimpuls $\hbar k$ und Streurrate,

$$F = \hbar k \cdot \frac{1}{2\tau} \frac{2I/I_s}{1 + 2I/I_s + 4(\omega_L - \omega_0 - kv)^2 \tau^2} . \quad (6.8)$$

Die Streurrate ist eine Funktion von Intensität und Wirkungsquerschnitt, welcher in der Sättigungsintensität $I_s := \pi \hbar c / 3 \lambda^3 \tau$ enthalten ist. Für $I \gg I_s$ sind Grundzustand und angeregter Zustand gleich besetzt und die Streurrate geht gegen den Wert $1/2\tau$, da die Atome die Hälfte der Zeit im oberen Zustand verbringen und ein Photon-Impulsübertrag nur möglich ist für Atome im Grundzustand.

Das Laserlicht wird so frequenzverstimmt, dass eine bestimmte Geschwindigkeitsklasse nach Gl. (6.8) in Resonanz ist. Nach einigen Absorptions-/Emissionszyklen hat sich die Geschwindigkeit so verringert, dass die Resonanzbedingung nicht mehr erfüllt ist und die Stoßrate klein wird. Zur Kompensation stimmt man entweder die Frequenz des Lasers nach (chirp slowing) oder man lässt die Atome so durch ein Magnetfeld fliegen, dass aufgrund des Zeeman-effektes die Atome auch bei verlangsamten Geschwindigkeiten stets resonant bleiben (Zeeman slowing). Da die Atome auf die Laserquelle zufliegen, muss das Laserlicht rotverstimmt sein gegenüber der Resonanzfrequenz. Die absorbierten Photonen haben also eine geringere Energie als die spontan emittierten. Diese Energiedifferenz wird der kinetischen Energie entzogen, so dass die Abbremsung auch einer Kühlung entspricht. Die aus dem Ofen strömenden Atome haben transversal bereits deutlich geringe Geschwindigkeiten als in Flugrichtung, in der sie im Laserstrahl gebremst werden. Nach Abbremsen liegt näherungsweise eine Atomwolke im thermischen Gleichgewicht bei typischen Endtemperaturen von 1 K vor.

Um weiter zu kühlen fängt man die Atome in einer magnetooptischen Falle (Magnetooptical Trap, MOT) ein, s. Bild 6.5. Dieser Fallentyp entspricht einer in drei Dimensionen erweiterten Zeeman-slower Anordnung. Die Atome befinden sich im Zentrum eines magnetischen Quadrupolfeldes, das normalerweise mit einer Anti-Helmholtzspulen-Anordnung realisiert wird. Sechs Laserstrahlen sind jeweils paarweise antiparallel in den drei Raumrichtungen auf die Atome gerichtet, und die Laserfrequenz ist gegenüber der Resonanz rotverstimmt. Langsam aus dem Zentrum driftende Atome laufen im ansteigenden Magnetfeld in Resonanz

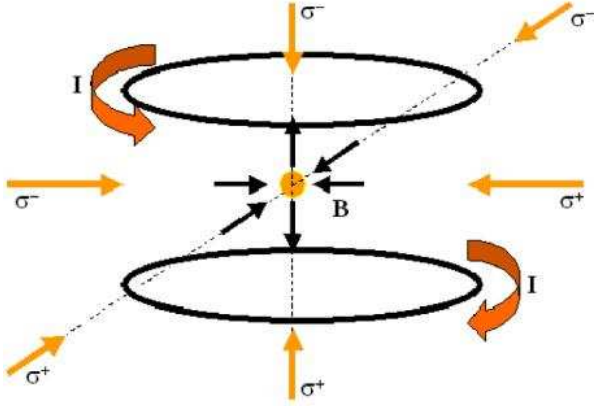


Bild 6.5.: Schema der Anordnung einer magneto-optischen Falle (MOT).

und erfahren eine rückstossende Kraft zum Zentrum. Zugleich wird wegen der Rotverstimung wieder kinetische Energie entzogen. Weil im Zentrum schneller nach aussen driftende Atome eine stärkere rücktreibende Kraft erfahren als langsam driftende, wird die Anordnung auch optische Melasse (engl. optical molasses) genannt.

Gl. (6.8) kann linear genähert werden, so dass in einer Dimension für die Überlagerung gegenläufiger Laserstrahlen gilt

$$F_{ges} = F(\omega_0 - \omega_L - kv) - F(\omega_0 - \omega_L + kv) = -\alpha v . \quad (6.9)$$

Diese Gleichung gilt für jede Raumrichtung. Der Faktor α entspricht einem Dämpfungskoeffizienten. Die spontane Emission führt zwar zu einem verschwindenden mittleren Impulsübertrag, es tritt jedoch bei jeder einzelnen Emission ein Rückstoß auf, der zu einem endlichen mittleren Impulsquadrat führt,

$$\langle \vec{p} \rangle = 0 , \quad (6.10)$$

$$\langle p^2 \rangle = \frac{\hbar^2 k^2}{2\tau} t = 2Dt , \quad (6.11)$$

wobei D der Diffusionskoeffizient ist. Die Beziehung zwischen Diffusionskonstante und Dämpfungskonstante $k_B T = D/\alpha$ wurde für die Brownsche Bewegung von Albert Einstein angegeben. Unter Berücksichtigung der Photonenstatistik führt diese Beziehung zu einer minimalen Temperatur, der sogenannten Doppler-Temperatur

$$k_B T_D = \frac{\hbar}{2\tau} . \quad (6.12)$$

In Mehrniveausystemen, wie es der Natrium-D2 Übergang wegen seiner magnetischen Unterzustände ist, kann dieses Limit durch Polarisationsgradientenkühlen unterschritten werden. Diese Kühlmethode ist in Abb. 6.6 dargestellt. Mit Natriumatomen, dessen Doppler-Temperatur $240 \mu\text{K}$ beträgt, gelangt man so in den Bereich $1 - 50 \mu\text{K}$.

In Tab. 6.1 sind einige für die Laserkühlung relevante Daten für Natrium und Cäsium zusammengestellt. Mit Natriumatomen wurde eines der ersten Bose-Einstein Kondensate und

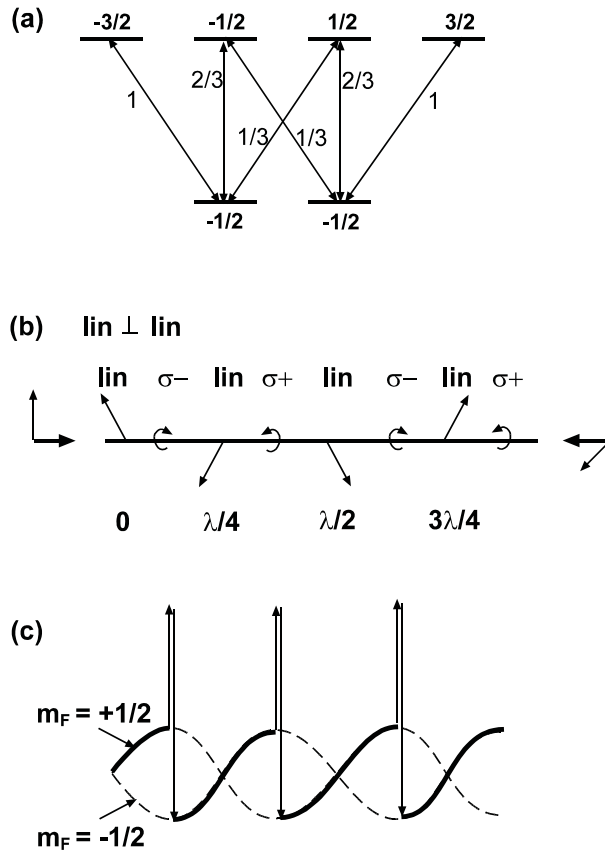


Bild 6.6.: Das Polarisationsgradientenkühlen erfordert ein Mehrniveausystem mit unterschiedlichen Clebsch–Gordan Koeffizienten (a). Gegenläufiges Licht mit z.B. orthogonaler Polarisation führt zu einer sich periodisch ändernden Polarisationsänderung (b), die wiederum wegen der unterschiedlichen Clebsch–Gordan Koeffizienten zu einer periodischen Potentialmodulation führt (c). Bei Rotverstimmung führen selektive Anregung und Zerfall zu einer Nettoenergieabgabe der Atome, also zu Kühlung.

der erste Atomlaser realisiert, und Cäsium, über dessen Hyperfeinübergang die Einheit Sekunde definiert ist, ist von zentraler Bedeutung für die Mikrowellenuhren, die die Einheit Sekunde realisieren.

Um Bose-Einstein Kondensation zu erreichen und einen Atomlaser zu bauen, reichen die bisher besprochenen Laserkühlmethoden nicht aus. Zum Ziel kommt man nach Umladen der Atome in eine magnetische Falle, die meistens einem Quadrupolfeld mit Gleichfeldoffset entspricht und für die Atome ein parabolisches Potential darstellt. In dieser Falle können die Atome mit Verdampfungskühlen weiter gekühlt und dabei verdichtet werden. Damit erreicht man dann Bose-Einstein Kondensation.

Naiv betrachtet ist es eigentlich erstaunlich, dass man einerseits mit einem Laserstrahl schweißt und Löcher bohrt, und andererseits Atome bis knapp über den absoluten Nullpunkt kühlen kann. Tatsächlich ist Laserlicht thermodynamisch gesehen ein extrem kaltes Ensemble von Photonen, soweit es erlaubt ist von Temperatur zu sprechen, da das Photonenensemble weit außerhalb des thermischen Gleichgewichtes sind. Im Gegensatz zu Licht, das von einem schwarzen Strahler emittiert wird, ist Laserlicht gerichtet und einfarbig. Genau diese beiden Eigenschaften nutzt man beim optischen Kühlen aus. Natürlich müssen noch andere Voraussetzungen gegeben sein. Gasförmige Ensemble von Alkaliatomen mit geringer Dichte wechselwirken nur schwach, die Atome können einzeln betrachtet werden und sie besitzen

	Na	Cs
wahrscheinlichste Geschwindigkeit bei 200 °C, v_t	900 m/s	270 m/s
D2- Resonanzwellenlänge, λ	589,0 nm	852,1 nm
Lebensdauer des angeregten Zustands, τ	16 ns	32 ns
Rückstoßgeschwindigkeit, $v_r = \hbar k/m$	3 cm/s	0,35 cm/s
Zahl der Photonen zum Stoppen eines Atoms, v_t/v_r	30000	80000
minimaler Bremsweg, $2v_t N \tau$	86 cm	1,3 m
Doppler-Temperatur, $T_D = \hbar/2\tau$	240 μ K	125 μ K

Tabelle 6.1.: Für die Laserkühlung von Natrium- und Cäsiumatomen relevante Daten.

geschlossene Übergänge, die ein sehr effizientes wiederholtes optisches Anregen erlauben.

Atomlaser

Ein Atomlaser wurde erstmals 1996 unter Verwendung von Natriumatomen realisiert, die mittels Laserkühlung und Verdampfungskühlung bis zum Phasenübergang zur Bose-Einstein Kondensation gekühlt worden waren.

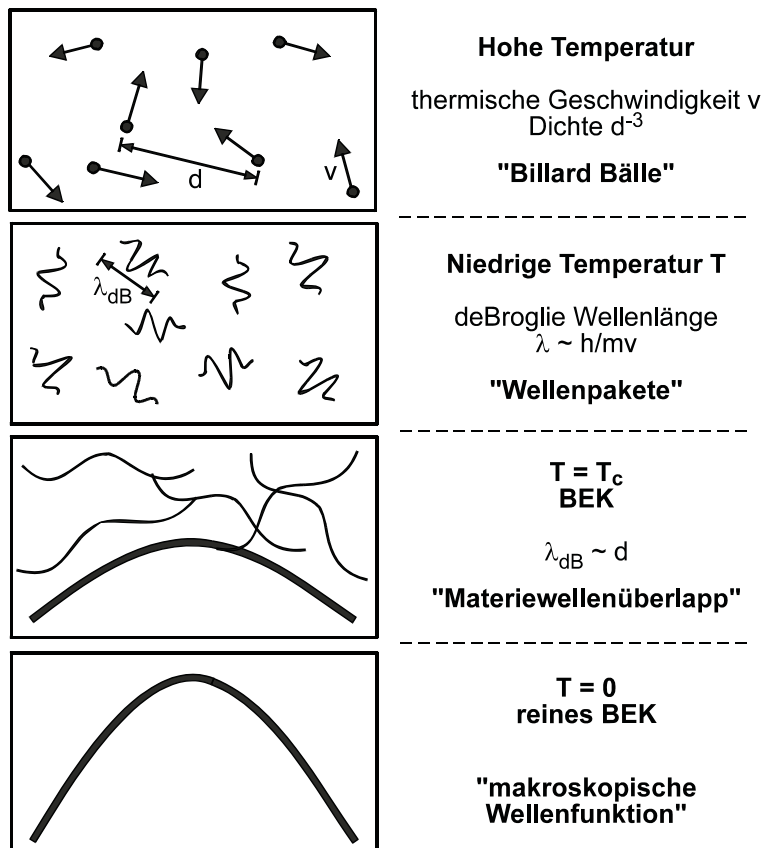


Bild 6.7.: Schritte zum Bose-Einstein Kondensat.

Das Phänomen der Bose-Einstein Kondensation macht den Wellenaspekt von Atomen besonders deutlich. Der Quantenmechanik nach entspricht ein Atom der Masse m einem

Materiewellenzug mit der deBroglie Wellenlänge

$$\lambda_{dB} := \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_BT}} = \frac{4\hbar}{mv}, \quad (6.13)$$

wobei v die wahrscheinlichste Geschwindigkeit bei der Temperatur T ist. Die Länge des Wellenzuges ist auch ungefähr von dieser Größe. Bei ausreichend großer Dichte und niedriger Temperatur, d.h. ausreichend großer deBroglie Wellenlänge, kommt es zu einer Überlappung der Wellenzüge. In diesem quantenentarteten Regime wird die Ununterscheidbarkeit der Bosonen besonders deutlich. Aufbauend auf Berechnungen von Satyendra Nath Bose zur Photonenstatistik hat Albert Einstein bereits 1925 einen Phasenübergang vorhergesagt, der später Bose-Einstein Kondensation genannt wurde. Er tritt auf bei allen nicht (oder ausreichend schwach) wechselwirkenden Ensembles identischer Bosonen und führt zu einem vollständig kohärenten Zustand aller Bosonen, die nun durch eine einzige makroskopische Wellenfunktion beschrieben werden. Die Dichteverteilung, entsprechend dem Quadrat der Wellenfunktion, hat die Form des Fallenpotentials, ist also in der Regel parabolisch.

Die Schritte zum Bose-Einstein Kondensat sind in Abb. 6.7 dargestellt. Die kritische Temperatur des Phasenübergangs errechnet sich aus

$$\rho\lambda_{dB}^3 = 2,612 \quad \Rightarrow \quad T_c = \frac{2\pi\hbar^2}{mk_B} \left(\frac{\rho}{2,612} \right)^{2/3}. \quad (6.14)$$

Der Zahlenwert ergibt sich nach längerer Rechnung aus der Zustandsdichte und der Verteilungsfunktion für identische Bosonen. Es soll hier nur festgehalten werden, dass der Phasenübergang eintritt, wenn die deBroglie Wellenlänge ungefähr gleich dem interatomaren Abstand ist. Für Natrium sind typische experimentelle Parameter $T_c = 2 \mu\text{K}$ bei $\rho_c = 3 \cdot 10^{14} \text{ cm}^{-3}$.

Hat man ein Bose-Einstein Kondensat erzeugt, ist es nur noch ein kleiner Schritt zum Atomlaser. Z.B. durch Einstrahlung eines schwachen Radiofrequenzfeldes geeigneter Frequenz werden die atomaren Spins bei einem Teil der Atome gedreht, so dass sie nicht mehr im Fallenpotential gefangen sondern abgestossen werden. Man hat somit einen Auskoppler realisiert. Der erste Atomlaser lief im gepulsten Betrieb, und es wurde in einem Interferenzexperiment gezeigt, dass die ausgekoppelten Atome tatsächlich kohärent sind.

In Tab. 6.2 sind die Analogien zwischen optischem und Atomlaser zusammengefasst. Dem optischen Resonator entspricht das Fallenpotential und der stimulierten Emission die kohärente Streuung gekühlter, thermischer Atome in das Kondensat. Die Tatsache, dass Atome Masse besitzen und im Gegensatz zu Photonen der Teilchenzahlerhaltung unterliegen, ist nicht relevant für das Laserfunktionsprinzip. Wichtig ist nur, dass die Atome wie Photonen Welleneigenschaften haben und identische Bosonen sind.

optischer Laser	Atomlaser
Photonen	Atome
Elektromagnetische Wellen	Materiewellen
Resonator	Atomfalle
Photonen in der Lasermode	Atome im Kondensat
Verstärkungsmedium	thermische Atome
Anregung des Verstärkungsmediums	Kühlen in das Kondensat
stimulierte Emission	stimulierte Atomstreuung
Laserschwelle	Kritische Temperatur für BEK

Tabelle 6.2.: Analogien zwischen optischem Laser und Atomlaser.

A. Anhang

A.1. Daten verschiedener Lasertypen

Die Daten folgender Tabellen sind hauptsächlich dem Buch *Photonics* von R. Menzel entnommen.

	Rubinlaser	Titansaphirlaser	
Aktives Medium	$\text{Cr}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$	$\text{Ti}^{3+}:\text{Al}_2\text{O}_3$	
Wellenlänge	694,3 nm	690 – 1100	
Niveauschema	3	4	
Emissionswirkungsquerschnitt	$2,5 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$	$3 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$ bei 800 nm	
Lebensd. oberes Laserniveau	$3 \mu\text{s}$	$3,2 \mu\text{s}$	
Länge aktives Medium	10 – 200 mm	3 – 30 mm	
Typische Konzentration	$8 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$	10^{20} cm^{-3}	
Brechungsindex	1,76 (doppelbrechend)	1,76 (doppelbrechend)	
typischer Betriebsmodus	gepulst	cw	gepulst
Pumpmechanismus	Blitzlampe	Ar^+ -Laser, SHG Nd-Laser	
Pulsbreite	10 – 30 ns	-	5 fs – 100 ns
Bandbreite	0,53 nm (330 GHz)	< 2 GHz	bis 150 nm (fs)
Ausgangsleistung	1 W	50W	1 W

Tabelle 1.1.: Typische Daten des Rubinlasers und des Titan-Saphir-Lasers.

	Nd:YAG Laser		Yb:YAG Laser	
Aktives Medium	$\text{Nd}^{3+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$		$\text{Yb}^{3+}:\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$	
Wellenlänge	1064 nm (946 nm, 1320 nm)		1030 nm	
Niveauschema	4		3	
Emissionswirkungsquerschnitt	$3,2 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$		$3,3 \cdot 10^{-20} \text{ cm}^2$	
Lebensd. oberes Laserniveau	230 μs		1160 μs	
Länge aktives Medium	5 – 200 mm		10 – 80 mm	0,2 – 3 mm
typische Konzentration	$10^{19} - 10^{20} \text{ cm}^{-3}$		10^{20} cm^{-3}	$9 \cdot 10^{20} \text{ cm}^{-3}$
Brechungsindex	1,82		1,82	
typischer Betriebsmodus	cw	gepulst	cw, gepulst	
Pumpmechanismus	Bogenlampe	Blitzlampe	Diodenlaser	
	Diodenlaser			
Pulsbreite	-	6 ps – 10 ms	cw – 300 fs	
Bandbreite	0,4 nm		10 nm	
max. Ausgangsleistung	6 kW	1 kW	50 W	1 kW

Tabelle 1.2.: Typische Daten des Nd:YAG Lasers und des Yb:YAG Lasers.

	Helium-Neon Laser	Ar^+ -Laser
Aktives Medium	Ne	Ar^+
Wellenlänge (nm)	543,3/594,1/611,8/ 632,8/1152,3/1523,1/ 2395,1/3391,3	454,5/457,9/465,8/ 472,7/476,5/488,0/ 488,9/496,5/515,5
Niveauschema	4	3
Emissionswirkungsquerschnitt	$3 \cdot 10^{-13} \text{ cm}^2$ bei 633 nm	$2,5 \cdot 10^{-12} \text{ cm}^2$
Lebensd. oberes Laserniveau	170 ns	9 ns
Länge aktives Medium	100 – 1500 mm	0,5 – 2 m
typische Konzentration	$3 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$	$2 \cdot 10^9 \text{ cm}^{-3}$
Brechungsindex	1	1
typischer Betriebsmodus	cw	cw, gepulst
Pumpmechanismus	Gasentladung + He-Ne Stoßanregung	Gasentladung (30 – 150 A/cm ²)
Pulsbreite		cw - 500 ps
Bandbreite	1,5 GHz	2 - 12 GHz
max. Ausgangsleistung	50 mW	10 W monomodig, 20 W multimodig

Tabelle 1.3.: Typische Daten des Helium-Neon Lasers.

A.2. Laserschutz und -normen

Gefährdungspotenzial von Lasern:

- Blendungs- und Erblindungsgefahr für Augen,
- Verbrennungen,
- UV Strahlung (Sonnenbrand, Hautkrebs),
- Feuergefahr.

Wenn im menschlichen Auge ein Laserstrahl von etwa 7 mm (Pupillendurchmesser] auf etwa 10 μm (Taillendurchmesser) fokussiert wird, erhöht sich die Leistungsdichte um

$$7000^2 \mu\text{m}^2 / 10^2 \mu\text{m}^2 \approx 490000. \quad (1.1)$$

Laserschutzvorschriften enthalten:

- Maximal zulässige Reststrahlungswerte (MZB), abhängig von Wellenlänge und Bestrahlungszeit,
- Einteilung der Laser in Klassen 1 - 4,
- Verfahrensvorschriften, z.B. Laserschutzbeauftragter, Abgrenzung.

Laserklassen:

- **Klasse 1:** Die zugängliche Laserstrahlung ist ungefährlich.
- **Klasse 2:** Die zugängliche Laserstrahlung liegt im sichtbaren Spektralbereich (400 nm bis 700 nm). Sie ist bei kurzzeitiger Bestrahlungsdauer (bis 0,25 s) ungefährlich auch für das Auge.
- **Klasse 3A:** Die zugängliche Laserstrahlung wird für das Auge gefährlich, wenn der Strahlungsquerschnitt durch optische Instrumente verkleinert wird. Ist dies nicht der Fall, ist die ausgesandte Laserstrahlung im sichtbaren Spektralbereich (400 nm bis 700 nm) bei kurzzeitiger Bestrahlungsdauer (bis 0,25 s), in den anderen Spektralbereichen auch bei Langzeitbestrahlung, ungefährlich.
- **Klasse 3B:** Die zugängliche Laserstrahlung ist gefährlich für das Auge und in besonderen Fällen auch für die Haut.
- **Klasse 4:** Die zugängliche Laserstrahlung ist sehr gefährlich für das Auge und gefährlich für die Haut. Auch diffus gestreute Strahlung kann gefährlich sein. Die Laserstrahlung kann Brand- oder Explosionsgefahr verursachen.

Index

- ABCD-Matrizen, 49–52
- Absorption, 9
- Airy-Funktion, 34
- aktives Medium, 21, 69, 72, 77, 113
- akustooptischer Modulator, 87–88
- Amplified spontaneous emission, ASE, 60, 79
- Amplitudenbedingung, 22
- AOM, 103
- Ar⁺-Laser, 57–58
- Atomlaser, 114, 118–119
- Bandbreite, 105
- Bandlücke, 75
- Basow, N., 2
- Beugung, 6, 25
- Beugungsmaßzahl M^2 , 6
- blaze angle, *siehe* Glanzwinkel
- Blazewinkel, 83
- Boltzmannfaktor, 10
- Bose-Einstein Kondensation, 114, 117
- Bragg-Streuung, 88
- Brewsterplatte, 56
- Brewsterwinkel, 56, 70, 86
- Brilliance, 7
- CO₂-Laser, 58–60
 - Bauformen, 59
 - Vibrations-, Rotationsniveaus, 58
- Czochralski-Verfahren, 62
- dünne Schichten, 37–38
- Differenzfrequenzerzeugung, 95–96
- Diodenlaser, 72–78
- Distributed-feedback-Strukturen, DFB-Strukturen, 71
- Divergenz, 4
- Divergenzwinkel, 30
- Doppelbrechung, 93
- Doppelspalt, 5
- Doppler-Temperatur, 116
- Dopplerverbreiterung, 13–14
- Drei-Niveauschema, 18, 58, 63, 65, 121
- Einschwingverhalten, 97–101
- Einstein, Albert, 1, 116
- Einsteinkoeffizient, 9
- elektrooptischer Modulator, 88–91
- Emission
 - selbstverstärkte spontane, 80
 - spontane, 9, 97
 - stimulierte, 9
 - verstärkte Spontan-, 60, 79
- Etalon, 37, 64, 85–86
- Excimer-Laser, 61–62
- excited state absorption, 67
- Faraday-Rotator, 81
- Farbstofflaser, 69–72, 87
- Faserlaser, 67
- Femtosekunden-Faserlaser, 108
- Fermienergie, 72
- Festkörperlaser, 62–69
- Finesse, 35–37
- free spectral range, *siehe* freier Spektralbereich
- Freie-Elektronen Laser, 79
- freier Spektralbereich, 22, 34, 35
 - Mach-Zehnder-Interferometer, 85
- Frequenzverdopplung, 93–95
- Fresnel Formeln, 38
- fringe visibility, *siehe* Kontrast
- Fundamentalmode, 29
- FWHM, *siehe* Halbwertsbreite
- g-Faktoren, 40

- Gaslaser, 54–62
- Gaußkurve, 14
- Gaußmoden, 42
- Gaußsche Strahlen, 25–31
- gepulste Laser, 101–109
- Geschichte des Lasers, 1–2
- Glanzwinkel, 84
- Gleichgewichtsbedingung, 21
- Gould, G., 2
- Grundmode, 29
- Gruppengeschwindigkeit, 105
- Halbwertsbreite
 - Dopplerverbreiterung, 14, 15
 - natürliche, 12
 - Stoßverbreiterung, 17
- Helligkeit, 6
- HeNe-Laser, 54–56, 121
 - Kohärenzzeit, 46
- Hermite-Gauß-Polynom, 30
- hole burning, *siehe* Lochbrennen
- Holographie, 113–114
- Interferenz, 5, 83, 112, 113
- Interferenzfilter, 37
- Interferometer
 - Fabry-Perot-, 32–37
 - Mach-Zehnder-, 85, 86
 - Michelson-, 7, 45
 - Sagnac-, 113
- Inversion, 17, 70, 73, 97
- Javan, A., 2
- Kerr-Effekt, 89
- Kleinsignalverstärkung, 19
- Kohärenz, 45–49
- Kohärenzlänge, 94
- Kohärenzzeit, 46
- konfokaler Parameter, 29, 30
- Kontrast, 7, 48
- Korrelationsfunktion, 45
- Kr⁺-Laser, 58
- Krümmungsradius, 27, 28
- Kramers-Kronig Dispersionsrelationen, 38
- Kreisfrequenz, 3
- Kurzpulsmesstechnik, 109
- Längennormale, 110
- Laguerre-Gauß-Polynom, 31
- Lasergyroskop, 112–113
- Laserkühlung, 114–118
- Laserkreisel, 113
- Laserschutz, 123
- Laserschwelldingung, 22
- Lebensdauer, 13, 17, 55
 - spontane, 67
- Lichtgeschwindigkeit, 3, 111
- LIDAR, 111–112
- Linienbreite, 11–17, 35
 - des Fabry-Perot-Interferometers, 32–35, 37
 - dopplerverbreiterte, 13
 - Fluoreszenz-, 67
 - natürliche, 12–15, 55
 - sättigungsverbreitert, 14
- Linienform, 11–17
- Liniengüte, 13
- Littman/Littrow-Anordnungen, 77
- Lochbrennen
 - räumliches, 70
 - spektrales, 15
- Lorentzkurve, 14, 35
- Lyot-Filter, 86
- M²-Faktor, 6
- Magnetooptische Falle, 115
- Maiman, Theodore, 2
- Maser, 1
- Maxwell-Boltzmann Statistik, 13
- Mode
 - longitudinale, 22, 75
 - transversale, 25–31, 39–45
- mode competition, *siehe* Modenkonkurrenz

- mode matching, 44
- Modenanpassung, 44
- Modenkonkurrenz, 20, 56, 57, 70
- Modenkopplung, 104–109
- Modulator
 - akustooptischer, 103
- MOT, 115
- N_2 -Laser, 60–61
- Näherung
 - paraxiale, 26
 - slowly-varying envelope, 26
- Nd:YAG-Laser, 64, 121
- Oberflächenemitterdioden, 74
- optisch-parametrischer Oszillator, 96
- optische Diode, 64, 81–82, 86
- optische Verstärkung, 17–20
- optischer Isolator, 81–82
- optisches Gitter, 59, 77, 83–84
- Oszillator
 - gedämpfter harmonischer, 12
- Parametrische Oszillatoren, 95–96
- Parametrische Verstärkung, 96
- phänomenologisches Lasermode, 20–24
- Phase, 3
- Phasenanpassung, 91–95
- Phasenbedingung, 22
- Photon, 3, 114
- Piezostellelemente, 87
- Plancksches Wirkungsquantum, 3
- Plancksches Strahlungsgesetz, 1, 10
- Pockelseffekt, 88
- Pockelszelle, 103
- Polarisation, 8
- Prisma, 103
- Prokhorow, A., 2
- Pulsdauer, 105
- Pumpprozesse, 20
- Q-Switch, *siehe* Güteschaltung
- Q-switching, *siehe* Güteschaltung
- Röntgenlaser, 78–80
- Raman-Nath-Bereich, 87
- Ratengleichungen, 10, 14, 17, 19, 97
- Rayleigh-Kriterium, 84
- Rayleighlänge, 28, 30
- Relaxationsoszillationen, 97–101
- Resonanzbreite
 - des Fabry-Perot-Interferometers, 32–37
- Resonanzfrequenz, 22
- Resonator, 32–45
 - Eigenfrequenzen, 42, 105
 - Fabry-Perot-, 36
 - hemisphärischer, 41
 - konfokaler, 39, 41, 43
 - konzentrischer, 39, 41
 - Lebensdauer, 97
 - optischer, 22
 - planarer, 39, 41
- RIN, *siehe* Relative Spektrale Intensitäts-
rauschdichte
- Ringlaser, 64
- Ringresonator, 70
- Ringresonator, nichtplanarer, *siehe* Miser
- Rubinelaser, 63, 121
- Sättigungsintensität, 15, 20, 115
- Sättigungsverbreiterung, 14–15
- Sättigungsverstärkung, 20, 22
- Sagnac-Effekt, 113
- Schawlow, Arthur, 2
- Schwebungsfrequenz, 113
- Selbstamplitudenmodulation, 106
- selbstverstärkte spontane Emission, 80
- sichtbarer Spektralbereich, 123
- Speicherzeit, 35
- Spiking, 97–101
- spontane Emission, 9
- Stabilitätsbedingung, 40
- Stabilitätsbereich, 41, 108
- Stabilitätsdiagramm, 40

- stimulierte Emission, 9, 15, 20
- Strahldurchmesser, 28
- Strahlparameter
 - Gaußsche Grundmode, 29
 - komplexer, 27, 52
- Strahlprofil
 - transversales, 25
- Strahlqualität, 6
- Strahlradius, 4, 29, 30
- Summenfrequenzerzeugung, 95–96
- Suszeptibilität, 93
- Synchrotronstrahlung, 79

- Taille, 6, 28
- TEM-Moden, 31
- Titan-Saphir-Laser, 68, 121
- Townes, Charles, 1

- Unbestimmtheitsrelation, 5, 13
- Undulator, 79

- VCSEL, 76, *siehe* Oberflächenemitterdioden
- Verdetkonstante, 81
- verstärkte Spontanemission, 60, 79
- Verstärkungsbandbreite, 105
- Verstärkungskoeffizient, 18, 21
- Vier-Niveauschema, 18, 64, 65, 121

- Wechselwirkungszeitverbreiterung, 17
- Weisslichtinterferenz, 7
- Welle
 - ebene, 2–25
- Welle-Teilchen Dualismus, 5
- Wellenfrontradius, 30
- Wellengleichung, 26
 - paraxiale, 26, 30
- Wellenlängennormal, 111
- Wellenvektor, 3
- Wellenwiderstand, 4

- Yb:YAG-Laser, 65

- Zeit-Bandbreite-Produkt, 105